

ECUACIONES Y SISTEMAS DIFERENCIALES LINEALES

Curso 2013/2014

(Código:21152025)

1.PRESENTACIÓN

Órgano responsable: Departamento de Matemáticas Fundamentales (Facultad de Ciencias, UNED)

Máster en Matemáticas Avanzadas (Módulo I)

Código de la asignatura: 21152025

Semestre: 2º

Créditos ECTS: 7,5

Horas estimadas de trabajo del estudiante: 187,5

Horas de trabajo personal (y en grupo) y otras actividades: 187,5

75 horas de estudio teórico, 75 de ejercicios, 37,5 de otras actividades: laboratorio informático, tutorías, consultas a la virtualización, tareas de evaluación.

2.CONTEXTUALIZACIÓN

Esta asignatura es el segundo paso en la introducción de los conceptos, herramientas y aplicaciones de las Ecuaciones diferenciales. (El primer paso está formado por la asignatura del primer semestre "Introducción a las Ecuaciones Diferenciales"). En el primer semestre estudiábamos ecuaciones diferenciales ordinarias (EDOs) y ahora ecuaciones (diferenciales) en derivadas parciales (EDPs).

Las Ecuaciones diferenciales forman, por una parte, una de las grandes subramas del Análisis matemático, con importantes contactos con otras ramas de las Matemáticas, como la Geometría diferencial, la Teoría de variable compleja, la Optimización y el Cálculo de variaciones. Por otro lado, las Ecuaciones diferenciales (ordinarias y parciales) son una herramienta omnipresente en Física e Ingeniería desde que Galileo y Newton fundaron la Física moderna. En la actualidad también tienen aplicaciones relevantes en Química, Biología y Ciencias sociales. Entre las EDPs, citemos la ecuación del potencial (o de Laplace), la ecuación del calor y la ecuación de ondas, que han dado en llamarse las ecuaciones básicas de la Física matemática. Podemos añadir la ecuación de Schrödinger en la Física cuántica (optativa en esta asignatura). Estas EDPs son *lineales*. Las ecuaciones *lineales* predominan cualitativa y cuantitativamente (en Matemáticas, Física e Ingeniería), debido a que, o bien corresponden con la naturaleza de los problemas, o bien constituyen la primera aproximación a modelos no lineales. En los últimos 30 o 40 años han empezado a tener importancia modelos reales no lineales que sobrepasan el mero planteamiento y llegan a estudios concretos. El factor principal de este cambio es el desarrollo de los ordenadores y de los programas informáticos de cálculo científico. No obstante, los modelos lineales siguen siendo fundamentales: 1) porque en muchos campos proporcionan un cuerpo de doctrina básico o al menos una firme orientación, y 2) porque la linealización es uno de los instrumentos para estudiar los problemas no lineales.

Otras asignaturas relacionadas del Máster en Matemáticas Avanzadas son: "Introducción al Cálculo Numérico", "Cálculo Numérico: Resolución de Ecuaciones", "Paquetes Informáticos para las Matemáticas", "Geometría Diferencial de Curvas y Superficies", "Geometría Diferencial" y "Operadores en Espacios de Banach".

3.REQUISITOS PREVIOS RECOMENDABLES



Además de la asignatura "Introducción a las Ecuaciones Diferenciales", se requieren nociones de Números complejos y de Geometría euclídea, así como conocimientos de Álgebra lineal y Análisis matemático de una y varias variables reales.

4.RESULTADOS DE APRENDIZAJE

Algunas de las competencias más importantes que se adquieren con esta asignatura son:

1. Conocimientos generales en uno de los principales campos de las Matemáticas.
2. Aplicación de los métodos y técnicas matemáticas a diversos problemas de la realidad, modelización de la realidad.
3. Capacidad de combinar razonamientos deductivos, razonamientos inductivos, inferencia empírica y aprendizaje directo en la literatura matemática y sus aplicaciones.
4. Capacidad de comunicación de los resultados (en la evaluación se tendrá en cuenta también la buena exposición de las soluciones a los ejercicios propuestos).
5. Motivación histórica y práctica de problemas clásicos de las matemáticas y de sus aplicaciones.

5.CONTENIDOS DE LA ASIGNATURA

1. Características; problemas clásicos
 - 1.1 EDPs lineales de primer orden
 - 1.2 EDPs lineales de segundo orden; clasificación
 - 1.3 Los problemas clásicos; unicidad
2. Problemas de contorno para EDOs
 - 2.1 Problemas de Sturm-Liouville homogéneos
 - 2.2 Series de Fourier
 - 2.3 Problemas no homogéneos; función de Green
3. Separación de variables
 - 3.1 Separación de variables para calor y ondas
 - 3.2 Separación de variables para Laplace
 - 3.3 Algunos problemas en tres variables
 - 3.4 Funciones de Green
4. Otros métodos en EDPs
 - 4.1 Ecuación de la cuerda vibrante
 - 4.2 Ondas en tres y dos dimensiones



6.EQUIPO DOCENTE

Véase Colaboradores docentes.

7.METODOLOGÍA

METODOLOGÍA Y ESTRATEGIAS DE APRENDIZAJE

El sistema fundamental de aprendizaje es la lectura y estudio del Texto Base, junto con las Notas de clase escritas por el profesor. Este estudio incluye la realización de ejercicios y ejemplos. Las Notas del profesor se encuentran tanto en el curso virtual como en la Web del Departamento de Matemáticas Fundamentales: <http://www.mat.uned.es>.

En cada capítulo se debe llevar a cabo el estudio del siguiente modo:

- Estudio del texto base
- Realización de los ejercicios propuestos
- Realización de las actividades complementarias

El alumno contará además con las tutorías y las preguntas al profesor a través del teléfono, del correo ordinario, del correo electrónico y del curso virtual, así como con la página Web del Departamento antes citada.

El curso virtual dispone de *Foros* en los que pueden plantear cuestiones e intercambiar experiencias los alumnos entre sí y con el profesor.

8.BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

Comentarios y anexos:

Texto Base (Bibliografía Básica)

José Aranda Iriarte, Apuntes de ecuaciones diferenciales II (EDPs). Universidad Complutense de Madrid, 2011. (Existe en forma digital como PDF).

9.BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

Comentarios y anexos:

Bibliografía complementaria

Textos de EDPs

R.V. Churchill, Series de Fourier y Problemas de Contorno. 2ª Ed. McGraw-Hill, 1966. Solo 256 páginas.

R. Haberman, Ecuaciones en Derivadas Parciales con Series de Fourier y Problemas de Contorno. Pearson-Prentice Hall, 3ª



Ed. 2003 en español y 1998 en inglés. 4ª y 5ª Ed. en inglés 2004 y 2012. Las 200 figuras del texto en MATLAB pueden descargarse de <http://faculty.smu.edu/rhaberna>.

Texto que puede complementar todos los aspectos de la asignatura. Excelente traducción al español (de la 3ª Ed.).

P. Puig Adam, Ecuaciones diferenciales. Biblioteca Matemática, 1970. (Disponible edición digital).

H.F. Weinberger, Ecuaciones diferenciales en derivadas parciales. Reverté, 1986, 1992, reimpresión 2005.

Textos de EDOs con capítulos relevantes sobre EDPs y series de Fourier

W.E. Boyce y R.C. DiPrima, Ecuaciones diferenciales y problemas con valores en la frontera. Limusa, 2005. (Disponible edición digital en inglés).

S.G. Krantz, Differential Equations Demystified. McGraw-Hill, 2005.

G. Simmons, Ecuaciones diferenciales. Con aplicaciones y notas históricas. Segunda Edición. McGraw-Hill, 1993.

Nota: Una edición anterior tiene importantes deficiencias de traducción. (Disponible edición digital en español de la Segunda Edición).

D.G. Zill y M.R. Cullen, Ecuaciones diferenciales con problemas de valores en la frontera, Sexta Ed. Thomson, 2006. Incluye CD-ROM. (Disponible edición digital en español).

Análisis de Fourier

P. Puig Adam, Cálculo integral. Biblioteca Matemática, 1970. (Disponible edición digital). Claros capítulos sobre Series de Fourier y funciones ortogonales.

R.V. Churchill, Series de Fourier y Problemas de Contorno. 2ª Ed. McGraw-Hill, 1966. Solo 256 páginas.

M.R. Spiegel, Análisis de Fourier. Serie de Compendios Schaum, McGraw-Hill, diversas ediciones.

Análisis de Fourier avanzado

H.S. Carslaw, An Introduction to the Theory of Fourier's Series and Integrals. Third Revised Edition. Dover, 1950. Clásico texto de aprendizaje y consulta de muchas generaciones de matemáticos. Aborda cuestiones profundas y delicadas que no se tratan en textos introductorios.

G.P. Tolstov, Fourier Series, Dover, 1962. Contiene exposiciones avanzadas sobre sistemas ortogonales y separación de variables en EDPs.

Libros de problemas

F. Ayres, Ecuaciones diferenciales. Serie de Compendios Schaum. McGraw-Hill, 1994.

R. Bronson, Ecuaciones diferenciales. Serie de Compendios Schaum, McGraw-Hill, diversas ediciones. Hay una edición de 2008.

B.M. Budak, A.A. Samarsky y A.N. Tijonov, Problemas de la Física Matemática, Tomos I y II. Editorial Mir. (Disponible edición digital en español). Contiene problemas muy avanzados además de los introductorios.

S.G. Krantz, Differential Equations Demystified. McGraw-Hill, 2005. (Aunque no es propiamente un libro de problemas, lo



citamos aquí por sus cuidados y detallados ejemplos y ejercicios).

M. López Rodríguez, Problemas Resueltos de Ecuaciones Diferenciales. Thomson, 2007. Incluye CD-ROM.

M.M. Smirnov, Problemas de ecuaciones de la física matemática. Editorial Mir. (Disponible edición digital en español). Solo 144 páginas.

M.R. Spiegel: Análisis de Fourier. Serie de Compendios Schaum, McGraw-Hill, diversas ediciones.

W.E. Williams, Series de Fourier y problemas con valores en la frontera. Limusa, 1975. Útil texto de 112 páginas.

Manuales de Matemáticas

I. Bronshtein y K. Semendiaev, Manual de Matemáticas. Editorial Mir, 1971. Se reimprime con frecuencia y suele encontrarse en las librerías españolas. Al contrario que otros manuales de fórmulas y tablas, contiene relevantes párrafos de texto explicativo.

M.R. Spiegel, J. Liu y L. Abellanas, Fórmulas y tablas de Matemática aplicada. Segunda edición revisada. Schaum, McGraw-Hill Interamericana de España, Madrid, 2005. Se beneficia del importante refuerzo de L. Abellanas.

Este libro está relacionado con el siguiente, que suele encontrarse en la mayoría de las bibliotecas.

M.R. Spiegel, Manual de fórmulas y tablas matemáticas, Schaum, McGraw-Hill. Diversas ediciones o reimpressiones a partir de 1970. (Disponible edición digital en español).

Aplicaciones y modelización

E. Beltrami, Mathematics for Dynamic Modeling. Academic Press, 2ª Ed., 1987. En cuanto a EDPs presenta modelos sobre: algae blooms, pollution in rivers, highway traffic, travelling waves, morphogenesis, tidal dynamics. Sobre EDOs ver la correspondiente asignatura.

F.R. Giordano and M.D. Weir, A First Course in Mathematical Modeling, Brooks/Cole Publishing Company, 1985. Interesante texto de modelización con métodos matemáticos elementales. Sirve de contrapunto de las otras referencias.

R. Haberman, Mathematical Models: Mechanical Vibrations, Population Dynamics and Traffic Flow. Society for Industrial and Applied Mathematics, 1998.

P. Puig Adam, Ecuaciones diferenciales. Biblioteca Matemática, 1970. (Disponible edición digital).
Contiene una exposición clara de la deducción y el significado físico de las ecuaciones más básicas.

W. Simon, Mathematical Techniques for Biology and Medicine. Academic Press, New York, 1972. MIT Press, Cambridge, Mass., 1977. Dover, New York, 1986. Una extensa e intensa muestra de modelos y aplicaciones que utiliza matemáticas accesibles en un tercer curso de Licenciatura o de Grado.

A.N. Tjonov y A.A. Samarsky, Ecuaciones de la Física Matemática. Mir. (Disponible edición digital en español). Ver comentario más abajo.

Bibliografía más avanzada

F. John, Partial Differential Equations. Springer-Verlag, 4ª Ed. 1981.

I. Stakgold, Green's Functions and Boundary Value Problems, Wiley, 2ª Ed. 1997.



A.N. Tijonov y A.A Samarsky, Ecuaciones de la Física Matemática. Mir. (Disponible edición digital en español).
Contiene exposiciones detalladas de gran número de problemas de la Física junto con su tratamiento matemático, incluyendo diversas condiciones de contorno, problemas en dimensión tres, problemas con simetría cilíndrica y esférica y sus correspondientes funciones especiales, problemas de cuarto orden de la elasticidad (barras o vigas, "beams" en inglés; placas), ecuaciones de Maxwell del campo electromagnético...

10. RECURSOS DE APOYO AL ESTUDIO

1. Curso virtual donde se encuentran materiales de apoyo al estudio, acceso al foro y correos electrónicos de profesores y alumnos. En el foro el alumno podrá comunicarse con el profesor y con otros compañeros. Ejemplo de experiencia previa del profesor es:

[Foros: Selección de problemas, documentos y cuestiones.](#)

2. Página Web del Departamento de Matemáticas Fundamentales <http://www.mat.uned.es>.

3. Laboratorios informáticos y coordinación con las asignaturas de Cálculo Numérico y Paquetes Informáticos para el uso de programas de apoyo al estudio.

4. Notas explicativas del profesor, en formatos PDF, HTML, DOC, ZIP, visibles en el curso virtual y en la página Web del Departamento. Por ejemplo: [Números complejos, exponenciales y polinomios. Aplicación a las ecuaciones diferenciales lineales \(PDF\).](#)

11. TUTORIZACIÓN Y SEGUIMIENTO

Equipo docente de la asignatura:

Francisco Bernis Carro

Despacho 126A
Departamento de Matemáticas Fundamentales
Facultad de Ciencias de la UNED
Paseo Senda del Rey, 9
28040 Madrid

NOTA IMPORTANTE:

Por baja del profesor Bernis, se hacen cargo de la asignatura los profesores:

Ángel Garrido Bullón - Coordinador, tf. (91)3987237,

y José Leandro de María González.

Horario de atención al alumno:

Martes de 15 a 19

Correo electrónico:

fbernis@mat.uned.es



agarrido@mat.uned.es

jdemaria@mat.uned.es

La tutorización y seguimiento se llevará a cabo, sobre todo, a través del foro de la asignatura del curso virtual. Así las preguntas y respuestas serán visibles para todos los compañeros y también se da la oportunidad de que todos participen en los debates o conversaciones.

12.EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES

La evaluación se llevará a cabo mediante una prueba presencial de dos horas de duración.

La prueba constará de preguntas teóricas y prácticas, con predominio práctico.

No se exigirá la repetición de demostraciones del Texto. Serán aceptados en igualdad de condiciones todos los métodos de resolución, estén o no en el programa, si dichos métodos son correctos y están correctamente aplicados.

Criterios generales para la evaluación final

Se valorará, esencialmente, el grado de comprensión de la materia y el planteamiento razonado de los problemas. También se valorará la buena exposición.

13.COLABORADORES DOCENTES

Véase equipo docente.

