ASIGNATURA DE MÁSTER:

GEOMETRÍA DIFERENCIAL DE CURVAS Y SUPERFICIES

Curso 2013/2014

(Código:21152190)

1.PRESENTACIÓN

La geometría es una de las materias centrales de las matemáticas. Además de ser de las disciplinas más antiguas es también de las que ofrece un mayor número de aplicaciones.

La geometría diferencial surge al utilizar los métodos del análisis matemático en el estudio de las figuras geométricas. Las curvas y superficies son los objetos más sencillos de la geometría diferencial y originan gran parte de los conceptos de este tipo de geometría.

En este curso se estudian las curvas y superficies en el espacio euclídeo tridimensional y la geometría intrínseca sobre una superficie.

2.CONTEXTUALIZACIÓN

La geometría diferencial de curvas y superficies es asignatura donde se introducen por primera vez las herramientas básicas de geometría diferencial. La geometría diferencial dentro del área de Geometría y Topología es una de las ramas más activas en investigación y que tiene aplicaciones fuera y dentro de las matemáticas. Por ejemplo, fuera de las matemáticas, en diseño asistido por ordenador o cosmología y dentro de las matemáticas recientemente, uno de los problemas más importantes dentro de la Topología, la conjetura de Poincaré, ha sido demostrado usando técnicas de geometría riemaniana, parte de la geometría diferencial.

Esta asignatura sirve como una introducción indispensable para después poder cursar y entender la asignatura de Geometría Diferencial del Módulo 2 donde se lleva a cabo una primera aproximación a temas más avanzados dentro de este tipo de geometría.

La asignatura es necesaria para comenzar una formación avanzada en matemáticas dentro de la geometría y para iniciar una visión de uno de los campos activos de investigación en el área.

3.REQUISITOS PREVIOS RECOMENDABLES

En esta asignatura se reunen y aplican métodos de campos distintos de las matemáticas que el alumno debe conocer, al menos básicamente.

Es necesario que el alumno tenga conocimientos de álgebra lineal, geometría analítica (al menos euclídea o euclidiana), análisis matemático en una y varias variables (teoremas de la función inversa e implícita) y es al menos conveniente tener algunos conocimientos de ecuaciones diferenciales (comprender y saber utilizar el teorema de existencia y unicidad de soluciones de ecuaciones diferenciales y muy básicamente el teorema de dependencia diferencial de las condiciones iniciales, estos conocimientos pueden ser adquiridos en las asignatura de “Introducción a las ecuaciones diferenciales” que el alumno puede cursar como optativa en el Módulo I). También son necesarias algunas nociones de Topología tanto general como de superficies.

Esta es una asignatura donde se puede apreciar la unidad de las matemáticas.

4.RESULTADOS DE APRENDIZAJE

Conocimientos:

1. Saber que es una curva o una superficie diferenciable.
2. Conocer los invariantes locales del estudio de curvas y superficies: curvatura, torsión, primera y segunda formas fundamentales, curvatura media y de Gauss.
3. Conocer los teoremas fundamentales y más importantes dentro de la teoría elemental de geometría diferencial de curvas y superficies.
4. Conocer algunos teoremas globales de curvas y superficies.
5. Conocer de modo básico la geometría intrínseca en una superficie, así como los objetos básicos dentro de esta geometría: como medir y líneas geodésicas. Saber que la geometría intrínseca en una superficie puede ser muy diferente a la geometría euclídea.
6. Conocer el teorema egregio de Gauss y el teorema de Gauss para triángulos geodésicos y la relación entre elementos de geometría intrínseca y curvatura.
7. Conocer el teorema de Gauss-Bonnet y la relación entre la curvatura y la topología.

Destrezas y habilidades:

1. Dotar a un objeto de una estructura de curva o superficie diferenciable y así poder aplicar los métodos del análisis matemático para la resolución de problemas referidos a tal objeto.
2. Definir curvas y superficies por parametrizaciones, atlas y por ecuaciones implícitas.
3. Cálculo de rectas y planos tangentes y normales.
4. Cálculo de los invariantes de curvatura para curvas y superficies.
5. Distinguir gráficamente el signo de la curvatura para una curva plana y el signo de la torsión en una curva espacial.
6. Distinguir los puntos de una superficie que son elípticos, parabólicos e hiperbólicos.
7. Distinguir propiedades e invariantes globales y locales.
8. Medir ángulos y distancias en geometría intrínseca de una superficie.
9. Cálculo y determinación de geodésicas en ejemplos sencillos.
10. Distinguir gráficamente en casos sencillos lo que es una geodésica en una superficie.
11. Relacionar la topología con la curvatura total de una superficie.

Competencias:

1. Abre la posibilidad del estudio de la geometría diferencial más avanzada (asignatura del Módulo II) así como el estudio de las superficies de Riemann que es una de las líneas de investigación del posgrado.
2. Aplicar a problemas reales (ingeniería, diseño, visión por ordenador, teoría de control) herramientas avanzadas de análisis matemático dotando de estructura diferencial (de curva o superficie) a los objetos considerados.
3. Abre la posibilidad de entender la física moderna: cosmología, relatividad, mecánica.

5.CONTENIDOS DE LA ASIGNATURA

La asignatura se articula en cinco capítulos:

1. Curvas en el plano: En primer lugar se estudia que es una curva plana. A continuación se introduce la recta tangente como aquella recta que se aproxima más a la curva. Las parametrizaciones dan la herramienta básica para enfrentarse con las curvas y la curvatura es el invariante de geometría diferencial de curvas planas más importante. El teorema fundamental de curvas planas, precisamente dice que la curvatura es un invariante para el problema de clasificación de curvas en el espacio euclídeo y no solo eso, sino que es un invariante completo, es decir, que resuelve completamente el problema. Finalmente se explica un resultado global de curvas planas para comenzar a percibir la diferencia entre resultados globales y locales.
2. Curvas en el espacio: Se lleva a cabo un desarrollo paralelo al de curvas en el plano pero introduciendo ahora los conceptos e invariantes especiales para esta situación: plano osculador, vector binormal, torsión. Se establece el teorema fundamental en este caso y se enuncian teoremas globales.
3. Superficies. El concepto de superficie tiene dificultades técnicas especiales que no aparecen en el caso de las curvas y que se solucionan introduciendo cartas y atlas. Se estudia como definir superficies de modo más directo como conjuntos de soluciones de una ecuación y se ve la equivalencia entre ambas definiciones. Se introduce el plano tangente de modo similar a lo que ocurría con las curvas. Utilizando la definición de superficie en el espacio se lleva a cabo una introducción a la noción de superficie abstracta (sin estar contenida en un espacio) y de variedad de dimensión cualquiera. Se define el concepto de orientabilidad y se observa como es algo que no siempre se puede conseguir globalmente. Por último se estudian las aplicaciones diferenciales entre superficies como los morfismos naturales entre estos objetos.
4. Geometría intrínseca. Se define la primera forma fundamental y se da el método de medida de longitudes, ángulos y áreas dentro de una superficie: es decir se muestra como hacer geometría plana dentro de una superficie. Las geodésicas son las curvas que desempeñan el papel de las rectas dentro de la geometría intrínseca. Las coordenadas geodésicas constituyen unas cartas bien “adaptadas” a la geometría intrínseca y son de gran utilidad en el último capítulo. Por último las isometrías son las transformaciones de las superficies que conservan la geometría intrínseca.
5. En este capítulo se introducen los invariantes locales de la geometría diferencial de superficies. En primer lugar se realiza un estudio de la superficie llevando a cabo cortes normales que pasen por un punto, es como si hiciéramos una tomografía, y así se definen las curvaturas normales (curvaturas de las curvas obtenidas al hacer las secciones normales) y la segunda forma fundamental. Por otro lado se introduce el operador de Weingarten como un endomorfismo del plano tangente en un punto que surge al estudiar la variación del vector normal. Así las curvaturas principales son las curvaturas normales extremales o por otro lado los autovalores del endomorfismo de Weingarten (teorema de Olinde Rodrigues). Se introducen la curvatura media y la curvatura de Gauss como la media de las curvaturas normales o el producto de dichas curvaturas respectivamente. Se interpreta geométricamente el signo de la curvatura de Gauss y en el caso de ser negativa (puntos hiperbólicos) se introducen las direcciones y líneas asintóticas. Finalmente se establecen y estudian algunos teoremas globales para superficies.
6. Se estudian las condiciones para que dos funciones puedan ser formas fundamentales de superficies (condiciones de compatibilidad). A partir de estas condiciones se establece el teorema fundamental de superficies. Como subproducto se tiene el teorema egregio de Gauss: la curvatura es un invariante de la geometría intrínseca de la superficie. Para estudiar mejor la relación entre curvatura y geometría intrínseca se establece el teorema de Gauss para triángulos geodésicos que relaciona la medida de los ángulos de un triángulo geodésico con la curvatura de la superficie sobre el triángulo. Por último se estudia el teorema de Gauss-Bonnet global que relaciona la topología de una superficie con la integral de la curvatura de Gauss sobre toda la superficie o curvatura total. De este modo se pone punto final con una profunda relación entre geometría y topología.

6.EQUIPO DOCENTE

- ANTONIO FELIX COSTA GONZALEZ

7.METODOLOGÍA

El sistema fundamental de aprendizaje es la lectura y estudio del texto base por parte del alumno con apoyo del curso virtual.

En el curso virtual hay una guía didáctica donde para cada tema se resaltan los puntos fundamentales que deben ser estudiados con más intensidad.

También se recomiendan ejercicios que serán parecidos a los aquellos de los que constará el examen de evaluación.

8.BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

ISBN(13): 9788496094482
Título: NOTAS DE GEOMETRÍA DIFERENCIAL DE CURVAS Y SUPERFICIES: TEORÍA Y EJERCICIOS (3ª)
Autor/es: Gamboa Mutuberría, José Manuel ; Porto Ferreira Da Silva, Ana Mª ; Costa González, Antonio Félix ;
Editorial: SANZ Y TORRES

Buscarlo en libreria virtual UNED

Buscarlo en bibliotecas UNED

Buscarlo en la Biblioteca de Educación

Buscarlo en Catálogo del Patrimonio Bibliográfico

9.BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

ISBN(13): 9788420681351
Título: GEOMETRÍA DIFERENCIAL DE CURVAS Y SUPERFICIES (2)
Autor/es: Do Carmo, Manfredo P. ;
Editorial: ALIANZA EDITORIAL, S.A.

Buscarlo en libreria virtual UNED

Buscarlo en bibliotecas UNED

Buscarlo en la Biblioteca de Educación

Buscarlo en Catálogo del Patrimonio Bibliográfico

ISBN(13): 9788436237566
Título: ESTELAS Y SILUETAS (1ª)
Autor/es: Lafuente García, Javier ; Montesinos Amilibia, Ángel ;
Editorial: UNED

Buscarlo en libreria virtual UNED

Buscarlo en bibliotecas UNED

Buscarlo en la Biblioteca de Educación

Buscarlo en Catálogo del Patrimonio Bibliográfico

Comentarios y anexos:

OTROS LIBROS:

AMORES LÁZARO, A. M., *Curso básico de curvas y superficies*, Ed. Sanz y Torres, 2002.

AMORES LÁZARO, A. M., *Integración y formas diferenciales: un curso de Análisis Vectorial*, Ed. Sanz y Torres, 2003.

CORDERO, L. A.; FERNÁNDEZ, M.; GRAY, A.: *Geometría diferencial de curvas y superficies con Mathematica*. Ed. Addison-Wesley, 1995.

DO CARMO, M. P.: *Geometría diferencial de curvas y superficies*. Alianza Universitaria. Textos 135. Alianza Editorial, 1990.

LIPSCHUTZ, M.: *Geometría Diferencial*. McGraw-Hill, Col. Schaum, 1985.

LÓPEZ DE LA RICA, A. y DE LA VILLA CUENCA, A.: *Geometría Diferencial. Librería ICAI, Universidad Pontificia de Comillas, Madrid, 1991.*

MONTIEL, S.; ROS, A.: *Curvas y superficies*, Proyecto Sur Ediciones, 1997.

VERA LÓPEZ, A.: *Un curso de Geometría Diferencial: Curvas y superficies*. Ed. del autor, 1993.

10.RECURSOS DE APOYO AL ESTUDIO

En el curso virtual de la asignatura encontrará otros materiales útiles para el estudio de la asignatura.

11.TUTORIZACIÓN Y SEGUIMIENTO

Tutorización fundamental: foro de la asignatura virtual.

Tutorización del profesor de la asignatura:

Horario de atención:

Miércoles de 16 a 20 horas

Despacho 129 de la Facultad de Ciencias.

Tel.: 91 398 72 24

e-mail: acosta@mat.uned.es

12.EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES

La evaluación de la asignatura se llevará a cabo mediante el examen y la participación en el foro de la virtualización.

Examen:

En el examen de esta asignatura está completamente prohibida la utilización de cualquier tipo de material (apuntes, libros, calculadora,...)

Constará de tres ejercicios: uno teórico (cuestiones o bien demostraciones de resultados teóricos) y dos prácticos. Además se distribuirán del siguiente modo: un ejercicio de teoría de curvas (capítulos 1 y 2), otro de superficies en el espacio (capítulos 3 y 5) y un último de geometría intrínseca de superficies (capítulos 4 y 6).

Las preguntas teóricas constarán de los puntos descritos en la guia de estudio de la asignatura virtual. Los ejercicios prácticos serán parecidos a los recomendados en dicha guía.

Criterios:

En todos los ejercicios se valorará, esencialmente, el grado de comprensión de la materia y el planteamiento razonado del problema.

13.COLABORADORES DOCENTES

Véase equipo docente.