20-21

MÁSTER UNIVERSITARIO EN
MATEMÁTICAS AVANZADAS

GUÍA DE ESTUDIO PÚBLICA

OPERADORES EN ESPACIOS DE BANACH

CÓDIGO 21152398

UNED

20-21

OPERADORES EN ESPACIOS DE BANACH

CÓDIGO 21152398

ÍNDICE

Nombre de la asignatura	OPERADORES EN ESPACIOS DE BANACH
Código	21152398
Curso académico	2020/2021
Título en que se imparte	MÁSTER UNIVERSITARIO EN MATEMÁTICAS AVANZADAS
Tipo	CONTENIDOS
Nº ETCS	7,5
Horas	187.5
Periodo	SEMESTRE 1
Idiomas en que se imparte	CASTELLANO

PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN

Órgano responsable: Departamento de Matemáticas Fundamentales (Facultad de Ciencias, UNED)
Máster en Matemáticas Avanzadas
Código de la asignatura: 21152398
Semestre: 1º
Créditos ECTS: 7,5

La teoría de los operadores forma parte de una de las grandes ramas de las matemáticas actuales denominada “Análisis Funcional”.
En este curso se introducen algunas de las clases de operadores en espacios de Banach más conocidas y estudiadas.
Un espacio de Banach es una estructura algebraica dotada de una topología que se construye a partir de la norma y con la cual el espacio topológico resultante es completo.
La norma que permite definir como base de la topología a las bolas abiertas está estrechamente relacionada con la estructura algebraica de espacio vectorial. Esta relación entre la topología y la estructura algebraica da como resultado comportamientos muy específicos de algunos conceptos topológicos y algebraicos en los espacios de Banach. Sirva de ejemplo el hecho de que un espacio de Banach es de dimensión finita (concepto algebraico) si y solo si la bola unidad cerrada es compacta (concepto topológico).
Los operadores definidos entre espacios de Banach son funciones lineales; es decir que son funciones que respetan la estructura algebraica en la cual trabajamos. Por esta razón, también en el estudio de los operadores nos encontramos con comportamientos muy especiales, como por ejemplo que toda aplicación lineal (propiedad algebraica) que parte de un espacio de dimensión finita es continua (propiedad topológica).
El estudio de los operadores se enriquece cuando trabajamos con espacios de dimensión infinita. Para profundizar en el análisis de los espacios de Banach de dimensión infinita es imprescindible utilizar otras topologías además de la topología de la norma. Por esa razón, el curso empieza recordando cómo se construyen la topología débil y la débil estrella y revisando algunos de los resultados básicos que satisfacen estas topologías y que serán necesarios para profundizar en el estudio de las clases de operadores que se definen después.

REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR ESTA ASIGNATURA

Los alumnos que se matriculen en esta asignatura es conveniente que hayan superado un curso de Análisis Funcional, como por ejemplo el que se daba en la licenciatura de matemáticas de la UNED con el nombre de Análisis Matemático V, de modo que estén familiarizados con los siguientes conceptos y resultados teóricos: espacios normados, espacios de Banach, el dual y el bidual de un espacio de Banach, topologías débil y débil estrella, conjuntos acotados, compactos y débilmente compactos, los teoremas de Alaoglu, Goldstine, Ascoli-Arselà y el teorema de Eberllein-Smullian.

Estos conceptos y resultados teóricos se repasan brevemente en el primer capítulo del texto base.

Horas estimadas de trabajo del estudiante: 187,5

Se aconseja repartirlas de la siguiente manera:

75 horas de estudio teórico, 75 de ejercicios, 37,5 de otras actividades: consultas a la plataforma Alf, tareas de evaluación continua y repaso general

EQUIPO DOCENTE

Nombre y Apellidos	BEATRIZ HERNANDO BOTO (Coordinador de asignatura)
Correo Electrónico	bhernan@mat.uned.es
Teléfono	91398-7247
Facultad	FACULTAD DE CIENCIAS
Departamento	MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES

HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE

Este curso no dispone de tutores en los Centros Asociados porque es un curso altamente especializado y con muy pocos estudiantes. Por lo tanto el seguimiento de los estudiantes lo realiza exclusivamente el Equipo Docente.

Todos los estudiantes matriculados en este curso podrán contactar con el Equipo Docente a través de los foros de la tutoría virtual, lo mas aconsejable, y también por los siguientes medios:

- Por correo electrónico: bhernan@mat.uned.es
- Por Fax al número: 91 3987107.
- Por teléfono al número: 91 3987247.
- Por correo postal a la dirección:

Dª. Beatriz Hernando (despacho 126b)
Departamento de Matemáticas Fundamentales
Facultad de Ciencias
UNED
C/ Senda del Rey 9

28040 Madrid.

Si quiere hablar en persona con la profesora de la asignatura puede llamar al teléfono indicado, o ir a la dirección mencionada en el horario de consultas que es:

Martes y jueves de

11:00h a 13:00h

COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE

COMPETENCIAS BÁSICAS

CB6 - Poseer y comprender conocimientos que aporten una base u oportunidad de ser originales en el desarrollo y/o aplicación de ideas, a menudo en un contexto de investigación

CB7 - Que los estudiantes sepan aplicar los conocimientos adquiridos y su capacidad de resolución de problemas en entornos nuevos o poco conocidos dentro de contextos más amplios (o multidisciplinares) relacionados con su área de estudio

CB8 - Que los estudiantes sean capaces de integrar conocimientos y enfrentarse a la complejidad de formular juicios a partir de una información que, siendo incompleta o limitada, incluya reflexiones sobre las responsabilidades sociales y éticas vinculadas a la aplicación de sus conocimientos y juicios

CB9 - Que los estudiantes sepan comunicar sus conclusiones y los conocimientos y razones últimas que las sustentan a públicos especializados y no especializados de un modo claro y sin ambigüedades

CB10 - Que los estudiantes posean las habilidades de aprendizaje que les permitan continuar estudiando de un modo que habrá de ser en gran medida autodirigido o autónomo.

COMPETENCIAS GENERALES

CG1 - Adquirir conocimientos generales avanzados en tres de las principales áreas de las matemáticas.

CG2 - Conocer algunas de las líneas de investigación dentro de las áreas cubiertas por el Máster.

CG4 - Aprender a redactar resultados matemáticos.

COMPETENCIAS ESPECÍFICAS

CE1 - Saber abstraer las propiedades estructurales de los objetos matemáticos, distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales. Ser capaz de utilizar un objeto matemático en diferentes contextos.

CE2 - Conocer los problemas centrales, la relación entre ellos, las técnicas más adecuadas en los distintos campos de estudio, y las demostraciones rigurosas de los resultados relevantes.

CE4 - Saber analizar y construir demostraciones matemáticas, así como transmitir conocimientos matemáticos avanzados en entornos especializados.

RESULTADOS DE APRENDIZAJE

Objetivo general: En este curso el estudiante podrá conocer algunas de las clases de operadores mas representativas dentro del análisis funcional y los resultados mas destacados obtenidos para las mismas. Verá distintos modos de introducir familias de operadores y la estrecha conexión entre el comportamiento de los operadores y las estructuras de los espacios de Banach donde están definidos. Por último, el estudiante podrá ver con detalle el caso especial de los operadores compactos que actúan entre espacios de Hilbert, cuyas buenas propiedades nos permiten una clasificación de los mismos mas precisa.

1. Conocimientos

- Conocer la definición y la estructura topológica del espacio de Banach formado por los operadores.
- Conocer los teoremas fundamentales que satisfacen los operadores: El teorema de la acotación uniforme, el teorema de la aplicación abierta y el teorema de la gráfica cerrada y entender el papel que juega en la demostración de los mismos el teorema de topología conocido como Teorema de Baire-Haussdorff.
- Conocer la definición y propiedades fundamentales de los siguientes operadores: de rango finito, isomorfismos, proyecciones, compactos, débilmente compactos, incondicionalmente convergente , absolutamente p-sumantes y de Schatten Von Neuman
- Conocer las relaciones que se dan entre las distintas familias de operadores estudiadas tanto en el caso general como en los espacios de Hilbert.
- Conocer el teorema de Dominación de Pietsch.
- Conocer el teorema de representación de Hilbert-Schmidt.
- Conocer la definición y propiedades fundamentales de los números de aproximación.

2. Destrezas y habilidades

- Aprender a usar las caracterizaciones de la norma de un operador para calcularla en casos concretos.
- Aprender a calcular el traspuesto de un operador en los espacios de sucesiones y en los espacios de Hilbert.
- Aprender a relacionar un operador con su traspuesto y su bitraspuesto para obtener información de los mismos.
- Aprender a usar las propiedades mas destacadas de los espacios de Banach para construir operadores que pertenezcan a las familias deseadas.
- Aprender a representar los operadores compactos en los espacios de Hilbert para clasificarlos.

3. Competencias

•Conocer las diferentes caracterizaciones de la continuidad ligadas a las condiciones de linealidad.

•Conocer las conexiones entre la continuidad de las aplicaciones lineales con las topologías de la norma y las débiles.

•Conocer la estrecha conexión entre las propiedades de un operador y su traspuesto.

•Conocer las conexiones entre las propiedades de los espacios de Banach y las relaciones entre familias de operadores.

CONTENIDOS

Resultados básicos preliminares

1. Definición de espacio de Banach y ejemplos.
2. Definición del dual y del bidual de un Banach y ejemplos
3. Topologia débil y débil estrella.
4. Algunos resultados básicos para el estudio de los espacios de Banach como por ejemplo los teoremas de Alaoglu, Goldstine, Ascoli-Arselà, Hand-Banach y el teorema de Eberllein-Smullian.

Algunas familias de operadores

1. Definici on de operador y propiedades b asicas
2. Operadores de rango finito
3. Isomorfismos
4. Proyecciones
5. Operadores compactos
6. Operadores d ebilmente compactos
7. Operadores absolutamente p-sumantes .

Operadores compactos en espacios de Hilbert

1. Representaci on de un operador compacto
2. Clases de Schatten Von Neuman

METODOLOGÍA

Para alcanzar los resultados de aprendizaje planteados en este curso el estudiante deberá empezar trabajando con los contenidos teóricos propuestos en el texto base. Para facilitar este trabajo el texto base, que ha sido específicamente diseñado para el estudio a distancia, contiene numerosos ejemplos y observaciones que permiten al estudiante hacer propios los conceptos y resultados teóricos que se desarrollan en este curso. En segundo lugar se proponen en el texto base ejercicios intercalados con la teoría que permiten afianzar los contenidos estudiados y aprender a aplicar en casos concretos las técnicas y métodos propios de esta disciplina.

Las dudas y dificultades que el estudiante vaya encontrando serán atendidas por el equipo docente a través de la tutoría virtual o por los diversos medios que la UNED pone al alcance de sus estudiantes: teléfono, fax y correo postal.

SISTEMA DE EVALUACIÓN

TIPO DE PRUEBA PRESENCIAL

Tipo de examen	Examen de desarrollo
Preguntas desarrollo	2
Duración del examen	120 (minutos)

Material permitido en el examen

Ninguno

Criterios de evaluación

En la evaluación de las pruebas de desarrollo se tendrá en cuenta la justificación razonada de las respuestas, la utilización adecuada del lenguaje matemático y la claridad en la exposición.

% del examen sobre la nota final	60
Nota del examen para aprobar sin PEC	5
Nota máxima que aporta el examen a la calificación final sin PEC	10
Nota mínima en el examen para sumar la PEC	4

Comentarios y observaciones

La prueba presencial constará de dos preguntas que valdrán 5 puntos cada una. La primera será un problema del capítulo 2 similar a los problemas que hay en el texto base y la segunda será una pregunta de teoría del capítulo 3 sacada de una lista de preguntas que se indicará en la plataforma virtual.

CARACTERÍSTICAS DE LA PRUEBA PRESENCIAL Y/O LOS TRABAJOS

Requiere Presencialidad	No

Descripción

Se propondran varios temas en la plataforma virtual para que los estudiantes que lo deseen desarrollen un trabajo

Cada trabajo deberá tener una extensión entre 10 y 20 páginas.

Los trabajos se entregarán a traves de la plataforma virtual.

Criterios de evaluación

Se tendrá en cuenta la claridad y el rigor matemático en la exposición y demostración de los resultados.

Ponderación de la prueba presencial y/o los trabajos en la nota final	20%
Fecha aproximada de entrega	Hasta el principio de las vacaciones de Navidad.

Comentarios y observaciones

Es voluntaría.

Las calificaciones obtenidas en los trabajos solo se tendrán en cuenta si suponen una mejora a la nota obtenida en la prueba presencial, que debe ser igual o superior a un 4.

PRUEBAS DE EVALUACIÓN CONTINUA (PEC)

¿Hay PEC?	Si,PEC no presencial

Descripción

Prueba de tipo test de 10 preguntas sobre los temas 2 y 3.

Se realiza través de la plataforma virtual a principios de enero.

Criterios de evaluación

Las respuestas correctas suman un punto, los errores restan 0,25 puntos y las preguntas en blanco no suman ni restan puntos.

Ponderación de la PEC en la nota final	20%
Fecha aproximada de entrega	principios de enero

Comentarios y observaciones

Es voluntaria.

Las calificación de la PEC solo se tendrá en cuenta si supone una mejora a la nota obtenida en la prueba presencial, que debe ser igual o superior a un 4.

OTRAS ACTIVIDADES EVALUABLES

¿Hay otra/s actividad/es evaluable/s?	Si,no presencial

Descripción

Criterios de evaluación

Por participación significativa se entiende la consulta de dudas de contenido y las aportaciones en los hilos abiertos por otros compañeros sobre dudas de contenido.

Ponderación en la nota final	En los casos en que la calificación final sea cercana por menos de un punto a un aprobado 5 o a un notable 7 o a un sobresaliente 9, la participación activa en los foros podrá suponer que el estudiante alcance esa nota superior.
Fecha aproximada de entrega	durante todo el cuatrimestre

Comentarios y observaciones

¿CÓMO SE OBTIENE LA NOTA FINAL?

Si la nota obtenida en la prueba presencial (PP) es menor a 4, esa será la calificación final.

Si la nota obtenida en la PP es igual o superior a 4 la calificación final tendrá en cuenta las calificaciones obtenidas en el trabajo y en la PEC, siempre y cuando estas calificaciones superen a la nota de la PP, con un peso de 20% para cada una que hayan realizado, de modo que si un estudiante entrega el trabajo y hace la PEC el peso de la PP es un 60%, pero si solo hace o el trabajo o la PEC el peso de la PP será del 80% y si no hace ni trabajo ni PEC el peso de la PP es del 100%

En los casos en que la calificación final sea cercana por menos de un punto a un aprobado 5 o a un notable 7 o a un sobresaliente 9, la participación activa en los foros podrá suponer que el estudiante alcance esa nota superior.

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

Texto base:

Operadores en Espacios de Banach.

Autor: Beatriz Hernando

Archivo pdf accesible a través de la tutoría virtual o por correo postal solicitándolo al Equipo Docente.

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

ISBN(13):9780387904276
Título:LINEAR OPERATORS IN HILBERT SPACES
Autor/es:Szèucs, Joseph ;
Editorial:Springer

ISBN(13):9780444705211
Título:INTRODUCTION TO OPERATOR THEORY AND INVARIANT SUBSPACES
Autor/es:Bernard Beauzamy ;
Editorial:NORTH HOLLAND

ISBN(13):9780444890917
Título:TENSOR NORMS AND OPERATORS IDEALS
Autor/es:Floret, Klaus ;
Editorial:NORTH HOLLAND

ISBN(13):9780470226056
Título:LINEAR OPERATORS
Autor/es:Schwartz, Jacob T. ; Bartle, Robert G. ; Bade, William G. ;
Editorial:INTERSCIENCE PUBLISHERS

ISBN(13):9780521431682
Título:ABSOLUTELY SUMMING OPERATORS
Autor/es:Tonge, Andrew ; Jarchow, Hans ;
Editorial:CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS..

ISBN(13):9783540102106
Título:FUNCTIONAL ANALYSIS (6th. ed.)
Autor/es:Yosida, Kosaku ;
Editorial:Springer

ISBN(13):9788436223309
Título:ANÁLISIS MATEMÁTICO V (1ª)
Autor/es:Valdivia Ureña, Manuel ;
Editorial:U.N.E.D.

El estudiante podrá ampliar los conocimientos adquiridos con el estudio del texto base, o refrescar los conocimientos de Análisis Funcional que se dan por conocidos, consultando los libros que aparecen en la bibliografía complementaria.

RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

El principal medio de apoyo al estudio es la tutoría virtual que dispone de foros por medio de los cuales el estudiante podrá contactar con el Equipo Docente de la asignatura así como con los demás estudiantes matriculados en el curso.
Otras formas de contactar con el Equipo Docente se detallan en el apartado "horario de atención al estudiante"

IGUALDAD DE GÉNERO

En coherencia con el valor asumido de la igualdad de género, todas las denominaciones que en esta Guía hacen referencia a órganos de gobierno unipersonales, de representación, o miembros de la comunidad universitaria y se efectúan en género masculino, cuando no se hayan sustituido por términos genéricos, se entenderán hechas indistintamente en género femenino o masculino, según el sexo del titular que los desempeñe.