

# AMPLIACIÓN DE CÁLCULO

Curso 2014/2015

(Código: 6890210-)

## 1. PRESENTACIÓN DE LA ASIGNATURA

### Datos de la asignatura

Nombre: Ampliación de Cálculo.

Denominación de la materia: Matemáticas.

Nº de créditos ECTS: 6

Carácter: Formación básica.

Unidad Temporal: Curso 2º. Semestral (1º semestre).

Ampliación de Cálculo trata de proporcionar los conocimientos matemáticos necesarios para poder abordar las asignaturas de carácter técnico que se cursan a lo largo del Grado. Una buena comprensión de sus contenidos facilitará el estudio de numerosos problemas técnicos, que involucran conceptos y propiedades de los objetos matemáticos estudiados. Su utilidad va hacerse patente a lo largo de toda la carrera.

Al tratarse de una herramienta esencial, utilizable continuamente en el estudio de las diferentes materias, es muy conveniente que el alumno tenga una idea clara de los conceptos y se fije en las técnicas de demostración. Para ello debe proponerse ejemplos y contraejemplos en las diferentes proposiciones y teoremas.

Otro objetivo importante es alcanzar un buen nivel de destreza en el cálculo algorítmico, para lo cual debe realizar un número suficiente de ejercicios y problemas de distinto grado de dificultad.

En la asignatura se dan por conocidos los fundamentos del cálculo de una variable: diferenciación e integración, así como la diferenciación de funciones de varias variables, que se estudian en la asignatura Cálculo de primer curso.

Ampliación de Cálculo es una asignatura de carácter obligatorio de seis créditos ECTS (aproximadamente 25 horas de trabajo cada ECTS), que se cursa en el primer cuatrimestre del segundo año del Grado.

## 2. CONTEXTUALIZACIÓN EN EL PLAN DE ESTUDIOS

Ampliación de Cálculo forma parte de la materia de Matemáticas. Desde el comienzo de las enseñanzas regladas en ingeniería, las matemáticas han formado parte de las herramientas necesarias para su desarrollo. Pero su aportación no es solo a través de los contenidos, sin los cuales no sería posible establecer los modelos matemáticos de los problemas técnicos y tecnológicos, sino también su aportación en los métodos lógico-deductivos que proporcionan al futuro ingeniero racionalidad y eficacia en la descripción, análisis e interpretación de los problemas, tanto académicos como reales, lo que sin duda alguna le permitirá evaluar y enjuiciar su solución y, en su caso, las consecuencias de acciones que pueda emprender.

Por otra parte, la formación matemática y en particular el estudio de esta asignatura contribuyen a la adquisición de las distintas competencias que el ingeniero debe poseer. Señalamos algunas de carácter general y otras específicas de la materia.

### Competencias generales

1. Capacidad de planificación y organización.



2. Capacidad de gestión.
3. Capacidad de análisis y síntesis.
4. Aplicación de los conocimientos a la práctica.
5. Toma de decisiones y resolución de problemas.
6. Razonamiento crítico.
7. Comunicación y expresión matemática, científica y tecnológica.
8. Aprender a organizar el trabajo de forma autónoma.
9. Seguimiento y evaluación del trabajo propio y de otros. Trabajo en equipo fomentando la capacidad de liderazgo.

#### Competencias específicas de la materia

1. Utilizar el lenguaje matemático, que es empleado en todas las ramas de la ciencia, y permite el intercambio de contenidos.
2. Aprender a apreciar el rigor como compromiso de comunicación, no solo entre matemáticos y científicos, sino también entre ingenieros.
3. Estimar la demostración matemática como un discurso destinado a convencer.
4. Valorar el espíritu crítico en el razonamiento matemático para exponer argumentos objetivos.
5. Ser consciente de la amplitud, profundidad y belleza del método matemático como instrumento imprescindible para formular y resolver los problemas de ingeniería

#### Competencias específicas de la asignatura

1. Aplicar la integración múltiple a la resolución de problemas físicos.
2. Calcular integrales de funciones de una y varias variables reales sobre curvas y superficies y conocer su interpretación física.
3. Conocer los resultados básicos de la teoría de Cauchy sobre funciones complejas de variable compleja.

#### RELACIÓN CON OTRAS MATERIAS DE LOS PLANES DE ESTUDIO.

El conocimiento de los contenidos de Ampliación de Cálculo es necesario para cursar la mayor parte de las asignaturas que integran el plan de estudios del Grado. Damos a continuación una breve muestra de algunas materias en las que aparecen los dos bloques temáticos de que consta el programa.

El cálculo integral de varias variables aparece en la práctica totalidad de las asignaturas, valga como muestra en Elasticidad y Resistencia de Materiales el cálculo de momentos flectores de las vigas. Sus aplicaciones más elementales a la Física permite el cálculo de masas, centros de gravedad, momentos de inercia, trabajo, etc.

La integración de superficies y el análisis vectorial con sus descriptores (el *gradiente* y el *laplaciano* en los campos escalares, y la *divergencia*, y el *rotacional* en los vectoriales) cuyo estudio nos permite conocer el comportamiento del campo en el entorno de un punto, así como sus importantes resultados (teoremas de Stokes y de la divergencia), constituyen la herramienta imprescindible para el desarrollo de Teoría de campos tanto en Mecánica como en Electromagnetismo.

También son numerosas las situaciones en las que se aplica la teoría de funciones de variable compleja como modelo para describir y estudiar procesos físicos en el plano. Por ejemplo en Electromagnetismo el empleo del potencial complejo presenta grandes ventajas para el cálculo en campos eléctricos bidimensionales. Otro ejemplo en Mecánica de Fluidos es en el análisis de volúmenes de control mediante el teorema de transporte.



En resumen, esta asignatura fomenta la capacidad matemática para entender los principios de las distintas ramas de la ingeniería y sus diversos campos. Entre otros:

- Electricidad.
- Mecánica.
- Transmisión de calor.
- Resistencia y ciencia de materiales.
- Mecánica de fluidos.
- Técnicas energéticas.

### 3. REQUISITOS PREVIOS REQUERIDOS PARA CURSAR LA ASIGNATURA

Para afrontar con éxito el estudio de Ampliación de Cálculo es necesario haber superado las asignaturas Álgebra y Cálculo de primer curso. Esto debe conllevar un conocimiento claro de los conceptos y sus propiedades en toda la extensión de las asignaturas citadas, así como una buena destreza en el cálculo. De todas maneras a continuación se especifican los principales prerrequisitos:

1. Estructuras algebraicas: grupo abeliano, cuerpo, espacios vectoriales.
2. Formas cuadráticas.
3. Números reales. Intervalos, entornos, puntos de acumulación o puntos límites. Conjuntos acotados, supremo e ínfimo de un conjunto acotado. Sucesiones y series de números reales.
4. Funciones reales de una variable real. Límites y continuidad.
5. Derivación. Propiedades elementales. Regla de la cadena. Derivadas sucesivas. Teorema de Taylor. Aplicaciones.
6. Integración. Definición de la integral de Riemann. Propiedades. Teoremas fundamentales del cálculo integral. Métodos de integración. Aplicaciones de la integral.
7. Sucesiones de funciones.
8. El espacio  $R^n$ . Distancia y norma. Conjuntos acotados. Entornos. Conjuntos abiertos y cerrados. Adherencia y acumulación.
9. El plano euclídeo. Cálculo vectorial. Coordenadas polares. Topología usual de  $R^2$ .
10. El espacio  $R^3$ . Ortogonalidad. Productos escalar, vectorial y mixto.
11. Funciones de varias variables. Límites y continuidad. Diferenciabilidad, propiedades y aplicaciones. Funciones inversas e implícitas.

Normalmente la mayor dificultad para abordar la asignatura es la falta de conocimientos previos. El alumno debe acudir a textos de cursos anteriores, y bibliografía en ellos recomendada, para repasar o estudiar los objetos matemáticos, conceptos, propiedades, técnicas de demostración, cálculos algorítmicos, etc., que necesita para una comprensión total de la asignatura de Ampliación de Cálculo. También es aconsejable el uso de la bibliografía complementaria, que siempre nos puede facilitar la percepción y en algunos casos aportar una visión distinta.

### 4. RESULTADOS DE APRENDIZAJE

Los resultados de aprendizaje son los logros concretos que el estudiante debe alcanzar después de cursar la asignatura. Estos logros son las respuestas a las preguntas ¿qué conocerá? y ¿qué será capaz de hacer?. A continuación damos la respuesta a estas preguntas describiendo los principales logros deseables.

## Conocimientos

El estudiante debe conocer con toda claridad las siguientes cuestiones:

- El concepto de integral múltiple y sus propiedades, como extensión del concepto de integral de una variable. La definición de medida de un conjunto, a partir de la cual caracterizamos las funciones integrables y posteriormente extendemos los recintos de integración. Además son necesarios los resultados de integración reiterada y cambio de variable, que son la herramienta básica para la resolución de integrales múltiples.
- La integral curvilínea, que es una extensión muy sencilla de la integral simple, a cuyo cálculo se reduce, y que será el concepto de integración utilizado en el campo complejo. Sus teoremas fundamentales, que nos permiten caracterizar los campos gradientes definidos en determinados



subconjuntos, y el teorema de Green en el plano son esenciales y constituyen una introducción idónea al Análisis Vectorial.

- La integral de superficie y los campos rotacional y divergencia asociados a las funciones vectoriales del espacio tridimensional, así como los teoremas de Stokes y de Gauss (teorema de la divergencia) constituyen el modelo matemático de numerosos problemas físicos.
- El análisis de las funciones en el campo complejo  $\mathbb{C}$ . Sus teorías de integración y de derivación. Lo que conlleva la introducción de los conceptos de ceros y singularidades de una función, y el de los desarrollos en series de potencias y en series de Laurent.
- El teorema de Cauchy y sus aplicaciones que se centrarán en la resolución de integrales reales.
- La interpretación geométrica de las funciones de  $\mathbb{C}$  en  $\mathbb{C}$ , que produce una importante ayuda en muchos problemas.
- La diferencia entre la teoría de funciones analíticas en el campo real y en el campo complejo, que nos proporcionan una idea clara de la necesidad del estudio de ambas cuestiones.

## 5. CONTENIDOS DE LA ASIGNATURA

El temario consta de dos bloques temáticos:

1. Cálculo integral y Análisis vectorial.
2. Funciones de variable compleja.

En el primer bloque temático se estudia el concepto de integral múltiple y sus propiedades, como extensión del concepto de integral de una variable. Asimismo se extiende la integración a funciones definidas sobre curvas o superficies, y se introduce el lenguaje físico de los campos y los importantes y útiles teoremas de Stokes y la divergencia. Se deberá tener cuidado con el cálculo formal con operadores. Sus aplicaciones son numerosas y se estudian algunas de ellas. Por ejemplo la determinación de masas, centros de gravedad, momentos y productos de inercia, trabajo realizado por una fuerza, flujos, etc.

El segundo bloque estudia las funciones de variable compleja y en particular la teoría de Cauchy de funciones analíticas. Sus resultados se aplican en diferentes materias técnicas y de forma especial en Mecánica de Fluidos. La teoría es esencialmente distinta de la de funciones de variable real. Hay que destacar por su utilidad el teorema de los residuos, con sus aplicaciones al cálculo de integrales reales y a la suma de series, y el tema de la transformación conforme, cuya técnica se utiliza en la resolución de una gran variedad de problemas. Este bloque comienza con la introducción del cuerpo de los números complejos y continúa con el estudio de la derivación e integración de funciones, siguiendo un esquema análogo al de funciones de variable real.

NOTA. Los contenidos del temario están desarrollados en las UNIDADES DIDÁCTICAS de Ampliación de Cálculo. Segunda parte: Cálculo integral, funciones de variable compleja. Luis Rodríguez Marín. Editorial Uned. 2008.

1. Cálculo integral y Análisis vectorial: Capítulos 12, 13, 14, 15 y 16.
2. Funciones de variable compleja: Capítulos 17, 18, 19, 20, 21 y 22.

## 6. EQUIPO DOCENTE

- [ESTIBALITZ DURAND CARTAGENA](#)
- [JUAN JACOBO PERAN MAZON](#)

## 7. METODOLOGÍA Y ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

Las actividades de aprendizaje se distribuyen entre el trabajo autónomo, el tiempo de interacción con el equipo docente, los tutores y los propios alumnos, y la realización de pruebas de evaluación.

La distribución de este tipo de actividades con arreglo al número de horas de trabajo del total de créditos, se estima de forma aproximada que sea la siguiente:



Actividades formativas	Porcentaje de horas de trabajo
Trabajo con contenidos teóricos y Prácticos. Asistencia a tutorías. Participación en los foros. Otras tareas	20% (30 horas).
Realización de actividades de evaluación. Actividades de autoevaluación. Evaluación continua. Pruebas presenciales.	8% (12 horas).
Trabajo autónomo. Estudio de contenidos teóricos. Resolución de ejercicios y problemas.	72 % (108 horas).

La distribución del tiempo es orientativa, no puede ser rigurosa ya que depende de cada alumno.

## 8.EVALUACIÓN

El sistema de evaluación consistirá en una prueba escrita presencial de dos horas de duración y en dos pruebas, una por cada bloque temático, de evaluación continua.

### Prueba escrita presencial

Tanto en la convocatoria de febrero como en la de septiembre, la prueba escrita presencial constará de ocho preguntas, que podrán ser teóricas, prácticas o teórico-prácticas. En las siete primeras sólo se indicará el resultado y la octava será una pregunta de desarrollo. Se tendrán en cuenta las siguientes consideraciones:

- En las siete primeras preguntas se deben tachar con una cruz las letras de las respuestas correctas (pueden ser una o varias), o, en su caso, responder sin salirse del rectángulo señalado.
- Cada pregunta, de la 1ª a la 7ª, con todas las respuestas correctas vale un punto. En cualquier otro caso, vale cero puntos. La octava pregunta se calificará entre cero y tres puntos.
- Son necesarios 5 puntos para aprobar esta prueba.
- Se permite utilizar en el examen un único libro original (no fotocopiado) relacionado con la materia. El libro escogido puede



contener anotaciones del alumno y no se podrá prestar a ningún compañero. No está permitido el uso de calculadoras, ni de ningún otro tipo de material. No se permite llevar al examen apuntes, ni hojas sueltas o encuadernadas, salvo las del libro antes mencionado. Por libro se entiende un solo volumen, es decir, dos tomos contarían como dos libros.

- El estudiante contestará empleando únicamente las hojas con su nombre impreso que haya recibido del tribunal. Cualquier otra hoja será desestimada.

#### Evaluación continua

Será de carácter voluntario y consistirá en la respuesta a dos pruebas propuestas a lo largo del periodo lectivo (anterior a la convocatoria de la prueba presencial de febrero).

Cada prueba se calificará entre 0 y 0,5 puntos. Si sólo se realiza una de las pruebas, su valor máximo global en la calificación final de la asignatura será de 0,5 puntos. Si se realizan las dos su valor máximo global será de un punto.

#### Nota final de la asignatura

En la convocatoria de febrero la nota será la suma de la nota de la prueba presencial y las notas de la evaluación continua siempre que la nota de la prueba presencial sea igual o mayor que 4. En cualquier otro caso la nota final de la asignatura es la de la prueba presencial.

En la convocatoria de septiembre no se tendrá en cuenta la evaluación continua y la calificación será la nota de la prueba presencial.

## 9. BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

ISBN(13): 9788436235678

Título: AMPLIACIÓN DE CÁLCULO. TOMO II. CÁLCULO INTEGRAL, FUNCIONES DE VARIABLE COMPLEJA (1ª)

Autor/es: Rodríguez Marín, Luis ;

Editorial: UNED

Buscarlo en Editorial UNED

Buscarlo en librería virtual UNED

Buscarlo en bibliotecas UNED

Buscarlo en la Biblioteca de Educación

ISBN(13): 9788436236576

Título: AMPLIACIÓN DE CÁLCULO. EJERCICIOS DE AUTOCOMPROBACIÓN (1ª)

Autor/es: Perán Mazón, Juan ; Rodríguez Marín, Luis ;

Editorial: UNED

Buscarlo en Editorial UNED

Buscarlo en librería virtual UNED



Buscarlo en bibliotecas UNED

Buscarlo en la Biblioteca de Educación

#### Comentarios y anexos:

Los contenidos del temario están desarrollados en las UNIDADES DIDÁCTICAS de Ampliación de Cálculo (Segunda Parte). Luis Rodríguez Marín.

1. Cálculo integral y Análisis vectorial: Capítulos 12, 13, 14, 15 y 16.
2. Funciones de variable compleja: Capítulos 17, 18, 19 20, 21 y 22.

## 10.BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

#### Comentarios y anexos:

Textos recomendados :

DEWAR, J., ZILL, D.: *Matemáticas Avanzadas para Ingeniería 2: Cálculo Vectorial, Análisis de Fourier y Análisis Complejo*. Tercera Edición. Mc Graw Hill. 2006

J.E. MARSDEN, A. J.TROMBA: *Cálculo Vectorial*. Pearson Prentice Hall Edición. 5ª edición. 2003.

## 11.RECURSOS DE APOYO

Los recursos de apoyo al estudio son los proporcionados por la Universidad:

1. Tutoría virtual y en su caso presencial en el Centro Asociado.
2. Guardia del Equipo docente
3. Curso virtual.
4. Biblioteca

Todas las consultas deben plantearse en el curso virtual, en el apartado correspondiente, según sean preguntas generales o



preguntas relacionadas con la asignatura en sus diferentes unidades didácticas.

Si necesitan contactar con el profesor antes de la apertura del curso virtual o después de la segunda semana de exámenes, deben utilizar el correo electrónico.

Horario de guardia: miércoles de 10 a 14 en los locales de la escuela, c/ Juan del Rosal, 12, 28040 Madrid, Departamento de Matemática Aplicada.

Datos de contacto:

Estibalitz Durand. Despacho 2.51. Tlf: 913986439. Correo electrónico: [edurand@ind.uned.es](mailto:edurand@ind.uned.es)

Juan Perán. Despacho 2.36 Tlf: 913987915. Correo electrónico: [jperan@ind.uned.es](mailto:jperan@ind.uned.es)

## 12.TUTORIZACIÓN

Contacto con el equipo docente (sede central).

Procedimiento:

I. Para consultas con contenido matemático o sobre el funcionamiento de la asignatura, por orden de preferencia:

1. Foros del curso virtual. Con la única excepción de las consultas en las que se deba resguardar la privacidad, este el procedimiento indicado.

2. Correo electrónico.

3. Entrevista. Departamento de Matemática Aplicada, Escuela de Ingenieros Industriales de la UNED, 2ª planta, calle de Juan del Rosal 12, Madrid. Se ruega concertar cita mediante correo electrónico o telefónicamente.

4. Teléfono (Juan Perán: 913987915, Estibalitz Durand: 913986439) . La llamada puede ser desviada a un buzón de voz. Por favor, deje su nombre, asignatura, asunto que quiere tratar y número de teléfono donde puede ser localizado.

5. Correo ordinario.

II. Para consultas privadas (evaluación, orientaciones metodológicas, bibliografía, etc.), por orden de preferencia:

1. Correo electrónico.

2. Entrevista. Se ruega concertar cita.

3. Teléfono. La llamada puede ser desviada a un buzón de voz. Por favor, deje su nombre, asignatura, asunto que quiere tratar y número de teléfono donde puede ser localizado.

4. Correo ordinario.

Horario: las consultas telefónicas pueden realizarse, preferentemente, los miércoles de 10 a 14h. También se pueden concertar citas por las tardes si es necesario. Téngase en cuenta que durante las semanas de exámenes el profesor de la asignatura puede estar en comisión de servicios en alguno de los tribunales, por lo que no sería posible la atención a los alumnos durante estos periodos.

