ASIGNATURA DE MÁSTER:

ÁLGEBRA LINEAL AVANZADA

Curso 2014/2015

(Código:21152400)

1.PRESENTACIÓN

El objetivo de este curso es presentar la teoría y las aplicaciones contemporáneas del álgebra lineal avanzada.

2.CONTEXTUALIZACIÓN

Suele ser común encontrar dificultades al pasar de las matemáticas básicas a las matemáticas avanzadas. Uno de los objetivos del curso es hacer esa transición lo más suave posible en el campo del álgebra lineal. Por tanto, cada sección contiene un material básico junto con explicaciones sencillas, y también ejemplos y ejercicios fáciles. Además cada sección también contiene partes que profundizan bastante en la materia y ejemplos para hacer pensar, y ejercicios que guían al estudiante a temas avanzados.

El álgebra lineal está en el núcleo de las ciencias aplicadas, pero no hay consenso sobre lo que se considera álgebra lineal aplicada. Por un lado hay aplicaciones bastante académicas y por otros temas más prácticos como puede ser precisión numérica, eficiencia, etc. En este curso se tratarán ambos tipos de aplicaciones, en especial consideraciones prácticas de tipo numérico y de implementación de algoritmos.

3.REQUISITOS PREVIOS RECOMENDABLES

Es necesario que el alumno haya realizado un curso básico de álgebra lineal.

Conceptos que se darán por asumido son:
-ecuaciones lineales: resolución por el método de eliminación de Gauss.
-álgebra matricial: multiplicación de matrices, inversas, determinantes.
-Espacios vectoriales: subespacios, núcleo, imagen, independencia lineal, bases, dimensión, rango, transformaciones lineales, cambios de base.

El libro de la bibliografía básica trata estos temas en las primeras 4 secciones, por tanto, puede ser recomendable un repaso de estos conceptos, para habituarse a la notación y para afianzar los conceptos mediante los ejemplos y las aplicaciones propuestas.

4.RESULTADOS DE APRENDIZAJE

1. Conocimientos:
   - Conocer la factorización LU, Ortogonalización de Gram-Schmidt, reducción de Householder y la reducción de Givens.
   - Conocer la descomposición en valores singulares.
   - Conocer la forma canónica de Jordan y la teoría de funciones sobre matrices.
   - Conocer los métodos de ecuaciones de diferencias.
   - Entender teoría de Perron-Frobenius
2. Destrezas y habilidades
   - Comparación de los métodos para reducir una matriz a triangular superior (Gauss, Gram-Schmidt, Householder y Givens).
   - Saber calcular la forma canónica de Jordan de cualquier matriz y cómo calcular la imagen de una función a una matriz cualquiera.
   - Saber aplicar los métodos de Jacobi, Gauss-Seidel y SOR.
   - Poder aplicar la teoría de Perron-Frobenius a casos concretos y en especial a las cadenas de Markov.
3. Competencias

- Conocer los diferentes métodos para resolver un sistema lineal y conocer en qué contextos es mejor uno que otro.
- Aplicar los conocimientos de la forma canónica de Jordan para resolver sistemas de ecuaciones diferenciales lineales.
- Poder implementar los métodos de ecuaciones de diferencias.
- Saber analizar cadenas de Markov concreta.

5.CONTENIDOS DE LA ASIGNATURA

1. Normas y Ortogonalidad
   - Factorización LU: factorización de Cholesky.
   - Subespacios invariantes.
   - Ortogonalización de Gram-Schmidt: factoricación QR
   - Matrices unitarias y ortogonales: proyectores elementales ortogonales, reflectores elementales, rotaciones.
   - Reducciones ortogonales: la reducción de Householder, la reducción de Givens, comparación de los métodos para reducir una matriz a triangular superior (Gauss, Gram-Schmidt, Householder y Givens).
   - Subespacios complementarios: proyecciones, matrices idempotentes.
   - Descomposición de Nucleo-imagen: índice de matrices cuadradas, matrices nilpotentes, descomposición nucleo-idempotente, la inversa de Drazin.
   - Descomposición ortogonal: factorización URV, matrices RPN, matrices normales.
   - Descomposición de valores singulares: distancia a matrices de rango pequeño, la pseudoinversa de Moore-Penrose.
   - Proyecciones ortogonales: soluciones óptimas (mínimos cuadrados) de sistemas lineales incompatibles.
2. Autovalores y Autovectores
   - Autovalores, autovectores y polinomio característico: círculos de Gerschgorin.
   - Diagonalización mediante semejanzas: Teorema de triangularización de Schur, teorema de Cayley-Hamilton, multiplicidades de autovalores.
   - Funciones de matrices diagonalizables: series infinitas, la serie de Neumann, perturbación de autovalores, proyectores espectrales, el método de potencias, el algoritmo iterativo QR para calcular autovalores.
   - Sistemas de ecuaciones diferenciales.
   - Matrices normales: diagonalización unitaria, propiedades de las matrices normales, Teorema de Courant-Fischer, entrelazado de autovalores, valores singulares y autovalores.
   - Matrices definidas positivas: formas cuadráticas, la ley de inercia de Sylvester.
   - La estructura de Jordan para matrices nilpotentes.
   - La estructura de Jordan para matrices generales.
   - Funciones para matrices generales.
   - Ecuaciones de diferencias: iteraciones lineales estacionarias, el método de Jacobi, el método de Gauss-Seidel, método SOR, M-matrices, sumabilidad de Cesaro.
   - Polinomios mínimos y los métodos de Krylov: polinomio mínimo de un vector, matriz compañera de un polinomio, algoritmo de tridiagonalización de Lanczos, algoritmo de ortogonalización de Arnoldi, algoritmo GMRES, algoritmo de gradiente conjugado.

3. Teoría de Perron-Frobenius
   - Matrices positivas: índice del radio espectral, vector de Perron, la fórmula de Collatz-Wielandt, Teorema de Perron.
   - Matrices no-negativas: reducibilidad y grafos, teorema de Perron-Frobenius matrices primitivas, teorema de Wielandt, test de primitividad de Frobenius, índice de imprimitividad, la forma de Frobenius.
   - Matrices estocasticas y cadenas de Markov: cadenas de Markov irreducibles

6.EQUIPO DOCENTE

- ROBERTO CANOGAR MCKENZIE
- ALBERTO BOROBIA VIZMANOS

7.METODOLOGÍA

Reaccionando a las críticas por la falta de motivación en sus escritos, Gauss comentó que los arquitectos de las grandes catedrales no oscurecían la belleza de su trabajo dejando los andamios permanentemente. Su filosofía caracteriza la presentación formal y la educación en matemáticas durante el siglo XIX y XX. La eficiencia y la belleza de la materia son comprometidas si uno se aleja demasiado del punto de vista de

Gauss. Sin embargo, como muchas cosas en la vida, el darse cuenta de la belleza de las cosas va precedido del entendimiento junto con la madurez, y en matemáticas esto se consigue al ver parte del andamiaje.

Para mostrar parte del andamiaje, se utilizan narraciones, ejemplos y resúmenes, en lugar del clásico desarrollo de definición-teorema-demostración. Pero mientras que un buen ejemplo puede ser más efectivo para el entendimiento de la materia que una demostración rigurosa, es importante que los estudiantes tengan a su disposición el rigor. Por tanto, aunque la lógica y el rigor no serán el principal empuje, siempre estarán disponibles. En el texto base no se utilizan las denominaciones de definiciones, teoremas y definiciones, sin embargo las definiciones, los teoremas y las definiciones existen y sin nombrarlos explícitamente serán claramente visibles.

Esto hace que el texto base sea idóneo para su estudio sin el complemento de clases presenciales, pero con el apoyo a distancia del profesor.

8.BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

ISBN(13): 9780898714548
Título: MATRIX ANALYSIS AND APPLIED LINEAR ALGEBRA
Autor/es: Meyer, C. D. ;
Editorial: SIAM

Buscarlo en libreria virtual UNED

Buscarlo en bibliotecas UNED

Buscarlo en la Biblioteca de Educación

Buscarlo en Catálogo del Patrimonio Bibliográfico

9.BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

ISBN(13): 9780521305860
Título: MATRIX ANALYSIS ([1st ed.])
Autor/es: Johnson, Charles R. ;
Editorial: CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS

Buscarlo en libreria virtual UNED

Buscarlo en bibliotecas UNED

Buscarlo en la Biblioteca de Educación

Buscarlo en Catálogo del Patrimonio Bibliográfico

10.RECURSOS DE APOYO AL ESTUDIO

Esta asignatura tiene varios recursos de apoyo:

- El curso virtual será el principal apoyo de estudio.
- Al comprar el libro de texto, se incluyen dos materiales adicionales:
  - Un manual de soluciones de los ejercicios propuestos en el libro de texto.
  - Un CD con el libro de texto en PDF y con material de soporte como son biografías de matemáticos,

referencias históricas sobre cálculo de autovalores, etc.

- Página web del libro: http://www.matrixanalysis.com .

11.TUTORIZACIÓN Y SEGUIMIENTO

La tutorización se realizará principalmente a través de los foros del curso virtual de la asignatura.

El alumno que desee una tutoría podrá hacerlo los lunes lectivos (según el calendario de la UNED) de 15:00 a 19:00 horas, de las siguientes formas:

- Presencial: en el despacho 129 de la Facultad de Ciencias.
- Telefónica: 91 398 7221.
- e-mail: aborobia@mat.uned.es

12.EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES

La evaluación de esta asignatura se hará a través de 3 trabajos y un examen presencial:

- Los 3 trabajos tendrán una puntuación total de 5 puntos. El primero estará relacionado con el Tema 5 del libro de texto, el segundo con el tema 7 y el tercero con el tema 8.
- El examen tendrá una puntuación máxima de 5 puntos. Durante el curso se dará un listado de conceptos fundamentales (alrededor de 20) y en el examen se preguntará por dos de ellos cualesquiera, el alumno deberá elegir uno solo de ellos y desarrollarlo.

La nota final será la suma de los trabajos (máximo 5 puntos) y del examen (máximo 5 puntos). Tanto la nota del examen como la nota de los trabajos debe superar una puntuación de 2 sobre 5 para poder aprobar la asignatura.

13.COLABORADORES DOCENTES

Véase equipo docente.