ASIGNATURA DE MÁSTER:

INTRODUCCIÓN A LAS FUNCIONES DE VARIABLE COMPLEJA

Curso 2014/2015

(Código:2115203-)

1.PRESENTACIÓN

Este es un curso básico sobre funciones de variable compleja correspondiente al primer módulo del master en Matemáticas Avanzadas. Así pues la asignatura esta pensada para proporcionar las herramientas básicas de la teoría elemental de las funciones analíticas, con el primer objetivo de cubrir un capítulo fundamental en la formación en Matemáticas, independientemente de su futura orientación profesional, y un segundo objetivo destinado a los estudiantes orientados a seguir estudios más avanzados en Matemáticas, sería estimular y proporcionar los medios para acceder a cursos posteriores.

2.CONTEXTUALIZACIÓN

Este es un curso básico sobre funciones de variable compleja correspondiente al primer módulo del master en Matemáticas Avanzadas. Así pues la asignatura esta pensada para proporcionar las herramientas básicas de la teoría elemental de las funciones analíticas, con el primer objetivo de cubrir un capítulo fundamental en la formación en Matemáticas, independientemente de su futura orientación profesional, y un segundo objetivo destinado a los estudiantes orientados a seguir estudios más avanzados en Matemáticas, sería estimular y proporcionar los medios para acceder a cursos posteriores.

Las competencias que se pretenden que adquiera el alumno con esta asignatura son fundamentalmente:

1. Conocimientos básicos en una disciplina importante en la formación tradicional en la Matemática superior con aplicaciones muy importantes en el cálculo en el campo real.

2. Conocimiento de los métodos y técnicas que proporciona la variable compleja en diversos campos no solamente internos de las Matemáticas sino también en Física, por ejemplo.

3. Proporcionar un contacto con las Matemáticas de un nivel más avanzado.

4. Iniciación para una posible participación en un programa de posgrado.

3.REQUISITOS PREVIOS RECOMENDABLES

Se requiere un conocimiento sólido del Análisis Matemático en el campo real, así como una buena base en Topología y Algebra Lineal. Sería deseable también algún contacto previo con las ecuaciones diferenciales aunque los elementos necesarios serían mínimos pues en ningún caso se plantearán durante el curso cuestiones que impliquen métodos de resolución, solamente un planteamiento básico de lo que significa una ecuación diferencial en una y varias variables.

4.RESULTADOS DE APRENDIZAJE

Conocimientos

1. Conocimiento del cuerpo de los números complejos y su representación en el plano.

2. Conocimiento de las propiedades generales de las funciones de variable compleja.

3. Conocer y comprender el concepto de analiticidad en el campo complejo.

4. Conocer la teoría de Cauchy de las funciones analíticas.

5. Conocer las aplicaciones del método de los residuos al campo real.

6. Comprensión de la naturaleza de las singularidades aisladas de las funciones analíticas.

Destrezas y habilidades

1. Cálculo práctico con números complejos, representación de subconjuntos del plano complejo expresado por ecuaciones complejas.

2. Cálculo práctico con las funciones complejas elementales, potencial, exponencial.

3. Cálculo con series de potencias, cálculo de radios de convergencias.

4. Determinación práctica de los desarrollos Taylor y Laurent. Aplicación al análisis

de las singularidades.

5. Cálculo práctico de integrales complejas y reales por el método de los residuos.

6. Determinación práctica de la transformación conforme de semiplanos en círculos

y dominios más generales en semiplanos y círculos.

Competencias

1. Proporciona un dominio básico de la teoría de las funciones analíticas de variable compleja que permite un estudio más ágil de algunos aspectos de otras áreas del Análisis como las Ecuaciones diferenciales y fuera del ámbito del Análisis Matemático como en la Estadística Matemática.

2. También proporciona herramientas para abordar cuestiones de otras ciencias como la Física o la Biología.

5.CONTENIDOS DE LA ASIGNATURA

1. Los números complejos: Se introduce el cuerpo de los números complejos, su estructura algebraica, así como su representación sobre el plano. Se definen el módulo y el argumento de un número complejo, obteniendo la métrica euclídea y la topología subyacente. También se describe la representación sobre la esfera de Riemann y la proyección estereográfica.

2. **Funciones de variable compleja. Funciones analíticas.** Se define la continuidad y la diferenciabilidad en el campo complejo. Se comparan las nociones de diferenciabilidad en el sentido complejo y real y se obtienen las condiciones de Cauchy-Riemann. Se definen los conceptos de holomorfía y analiticidad y se relacionan con la propiedad geométrica de ser transformación conforme. Finalmente se presenta el teorema de la función inversa para funciones de variable compleja.

3. **Sucesiones y series de funciones de variable compleja.** Se definen los conceptos de sucesión y series de funciones en el campo complejo y se dan criterios de convergencia . Se presta especial atención a las series de potencias. Se demuestra el Teorema de Cauchy-Hadamard que proporciona el radio de convergencia de una serie de potencias en términos de sus coeficientes y se prueba el teorema que permite la derivación término a término y establece la igualdad entre los radios de convergencia una serie de potencias y su derivada. Finalmente se introducen las funciones elementales, exponencial, trigonométricas, mediante series de potencias y se menciona el fenómeno de las funciones multiformes con motivo de la función logarítmica, introduciéndose el concepto de Superficie de Riemann.

4. **Integración en el campo complejo. El teorema de Cauchy.** Se define la integralde una función de variable compleja a lo largo de un camino como una integral de Riemann-Stieltjes y se derivan sus propiedades. Se estudia también su comportamiento respecto al paso al límite en el caso de sucesiones y series de funciones. A continuación se analiza la relación entre la integración a lo largo de caminos y la existencia de primitivas del integrando, mostrando que en cualquier caso la existencia de una primitiva en un dominio implica la anulación a lo largo de cualquier camino cerrado. Se demuestra el Teorema de Cauchy-Goursat para el triángulo y se concluye el Teorema de Cauchy para un dominio convexo que afirma que en un tal dominio la integral de una función analítica a lo largo de un camino cerrado es cero. Como consecuencia del Teorema de Cauchy se obtiene la importante Fórmula integral de Cauchy y de aquí el desarrollo en serie de Taylor. Se prueban las desigualdades de Cauchy y el Teorema de Liouville. Finalmente se presenta la propiedad de la media y como consecuencia el Principio del máximo del que a su vez se deduce el Lema de Schwarz.

5. **Transformación Conforme.** En el capítulo segundo se introdujo la noción de transformación conforme, en este capítulo se estudian más extensivamente las funciones analíticas desde este punto vista. Introducimos las transformaciones fraccionarias lineales o de Möbius, se estudian sus propiedades y se describen algunas familias de transformaciones de Möbius particulares, por ejemplo aquellas que de-

jan invariante el círculo unidad. Se presenta sin demostración el Teorema de la transformación conforme de Riemann que permite representar un dominio simplemente conexo sobre el círculo unidad. Finalmente se enuncia también el Teorema de Schwarz-Christoffel que proporciona la transformación conforme de un polígono sobre el semiplano o equivalentemente sobre el círculo unidad.

6.EQUIPO DOCENTE

- ARTURO FERNANDEZ ARIAS

7.METODOLOGÍA

La metodología del aprendizaje se basa fundamentalmente en el estudio del libro base por parte del alumno. El estudio de la parte teórica del libro base debe acompañarse de la realización y comprensión de los ejercicios prácticos. Es recomendable la consulta de otros textos recomendados en la bibliografía que presenten la misma materia desde otro punto de vista. En esto se hace especial énfasis en la parte práctica, hasta el punto de llegar a ser estrictamente necesario. Es preciso la realización de problemas y ejercicios más allá de los ejercicios del texto. Finalmente es recomendable el contacto con el equipo docente para resolver dudas y mejorar la comprensión de la materia.

8.BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

Comentarios y anexos:

TEXTO BASE.

L.V.Ahlfors. Complex Analysis. McGraw-Hill. 1966.

9.BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

Comentarios y anexos:

LIBROS BASICOS TAMBIEN RECOMENDADOS

1. J.B.Conway. Functions of complex variable. Graduate Texts. Springer Verlag. 1973.

2. W.Rudin. Real and Complex Analysis. McGraw-Hill. 1969.

LIBROS DE PROBLEMAS.

1. M.L.Krasnov, A.I.Kiseliov, G.I.Makarenko. Funciones de variable compleja y teoría de la estabilidad. Ed.Reverté. 1976.

2. K.Knopp. Problems in Advanced Theory of Functions Vol.I,II. Dover Publications. 1952.

3. D. Pestaña y J.M Rodríguez, F.Marcellán. Variable compleja, un curso práctico.

Editorial Síntesis S.A.

4. M.R. Spiegel. Variable Compleja. Teoría y Problemas resueltos Serie Schaum.

Ed. Mcgraw-Hill. 1971

5. L.I.Volkovyski, G.L.Lunts and I.G.Aramanovich. A collection of problems on

Complex Analysis. Dover Publications. Año 1965.

LECTURAS MAS AVANZADAS

1. A. Markushevich. Teoría de las funciones analíticas, Vol.I,II. Ed Mir. Año 1978.

2. R. Remmert. Theory of Complex Functions. Graduate Texts. Springer Verlag. 1990.

3. A.Zygmund et S.Saks. Théorie des Fonctions Analytiques. Masson et Cie. 1970.

10.RECURSOS DE APOYO AL ESTUDIO

11.TUTORIZACIÓN Y SEGUIMIENTO

Existen los foros y medios de comunicación virtuales.

La tutorización presencial y telefónica se lleva a cabo los Jueves de 16.00 a

20.00 h en el despacho 125 de la Facultad de Ciencias.

Teléfono: 913987226 , e-mail: afernan@mat.uned.es

12.EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES

La evaluación se llevará a cabo mediante una prueba presencial de 2 horas de duración.

La prueba constará de cuestiones teóricas donde se pedirá reproducir demostraciones de resultados presentados en teoría y de ejercicios prácticos.

CRITERIOS GENERALES DE EVALUACION

Se valorará la parte teórica y la práctica en la misma proporción, es decir al

50% cada una. Se valorará principalmente la comprensión de la materia.

13.COLABORADORES DOCENTES

Véase equipo docente.