

TOPOLOGÍA GENERAL ELEMENTAL

Curso 2014/2015

(Código: 21152063)

1. PRESENTACIÓN

PROFESOR:

La Topología General se ocupa del estudio de los espacios topológicos, las aplicaciones continuas, y un tipo especial de éstas, los homeomorfismos o equivalencias topológicas. Estos homeomorfismos determinan una clasificación de los espacios topológicos en la cual, si dos espacios están en la misma clase, entonces poseen las mismas propiedades topológicas, es decir, las mismas propiedades que tienen relevancia en la Topología General. Estas propiedades topológicas serán esenciales, por tanto, para distinguir entre espacios topológicos de diferentes clases topológicas, por lo que se dedicará una buena parte del curso al estudio de las mismas.

Así, por ejemplo, si tenemos dos espacios topológicos de modo que uno de ellos es compacto y el otro no lo es, entonces, dichos espacios topológicos no pueden ser homeomorfos.

También será objeto de estudio las diferentes formas de introducir una topología en un conjunto, tales como bases, bases de entornos, subbases, etc.

Se estudia, además, las diferentes construcciones de espacios topológicos, tales como subespacios, productos, cocientes.

2. CONTEXTUALIZACIÓN

Hemos escrito que la Topología General se ocupa del estudio de los espacios topológicos, las aplicaciones continuas y sus propiedades.

Cuando se estudia el Análisis Matemático y la Geometría, especialmente si se trata del Análisis Diferencial, la Geometría Diferencial y la Geometría Algebraica, uno se encuentra con estructuras matemáticas que tienen asociados espacios topológicos. Este es el caso de los espacios métricos del Análisis y de las variedades de la Geometría. En muchos casos, es necesario conocer las propiedades topológicas de los espacios topológicos asociados o subyacentes, porque este conocimiento será esencial para el estudio de los espacios métricos, de las variedades (curvas, superficies o variedades de dimensión superior) o de las estructuras topológicas *enriquecidas* de que se trate en cada contexto. En muchas ocasiones, incluso, distinguir entre dos de tales estructuras más ricas se reducirá a distinguir entre sus espacios topológicos subyacentes.

Esto nos muestra que es imprescindible destinar al menos una asignatura al estudio y manejo de los elementos de Topología General, lo que nos permitirá familiarizarnos con los espacios topológicos subyacentes a otros espacios y estructuras más ricas. En apoyo de este carácter de imprescindible de la Topología General en este programa de estudios citaremos, además, otro argumento: es difícil encontrar un libro de Análisis o de Geometría a estos niveles en que nos movemos que no incluya uno o varios capítulos o bien un apéndice sobre Topología General.

En la actualidad, existe una gran variedad de campos de investigación activos dentro de la Topología General, y son muy numerosas las aplicaciones de la Topología General a otras disciplinas científicas, tales como la Medicina, en el diseño de tratamientos contra ciertas patologías o enfermedades, tales como las coronarias, por citar un ejemplo.



Por último, aunque no menos importante, es necesario adquirir los conocimientos, destrezas y competencias en Topología General para poder abordar con esperanzas de éxito el estudio de otras ramas de la Topología, tales como la Topología Algebraica, que presenta una asignatura en este programa de estudios, la Topología Diferencial, la Topología Geométrica, etc.

3. REQUISITOS PREVIOS RECOMENDABLES

El estudiante debería conocer y manejar previamente el sistema de los números reales (que es un cuerpo conmutativo, ordenado, arquimediano y completo), así como algunas nociones básicas de Teoría de Conjuntos. Dentro de este campo, debe, además, comprenderse y manejarse conceptos relacionados con teoría de cardinales, y, en particular, con cardinales numerables, finitos e infinitos no numerables, especialmente el cardinal del conjunto \mathbb{R} de los números reales. Además, sería deseable que tuviera una madurez matemática suficiente como para ser capaz de representar en la recta real, en el plano Euclídeo, y en el espacio Euclídeo tridimensional, subconjuntos definidos por un número finito pequeño de ecuaciones y/o inecuaciones.

4. RESULTADOS DE APRENDIZAJE

Objetivo general: Adquisición de los conocimientos básicos, teóricos y prácticos, de Topología General.

- 1 Comprender y manejar las nociones de base y subbase de una topología, . Conocer la relación entre los abiertos de una topología y los abiertos de una base o subbase.
- 2 Conocer y manejar los conceptos de conjunto cerrado, interior, clausura, frontera, de un subconjunto en un espacio topológico. Igualmente para la noción de convergencia de una sucesión a un punto en un espacio topológico. Conocer y manejar las propiedades más comunes.
- 3 Conocer y manejar los entornos y los subconjuntos en un espacio topológico. Las sucesiones y los límites de sucesiones.
- 4 Conocer y manejar las nociones de continuidad de una aplicación y de continuidad en un punto, así como las de homeomorfismo, y la de propiedad topológica.
- 5 Conocer y manejar construcción de espacios Topológicos. La topología relativa. Subespacio topológico. Topología producto. Producto topológico de espacios. Topología final para una y varias aplicaciones. Topología cociente.
- 6 Conocer y manejar los diferentes conceptos relacionados con la compacidad y conexión. Espacios compactos. Espacios métricos compactos. Espacios conexos. Conocer y manejar las propiedades usuales de estas nociones.

5. CONTENIDOS DE LA ASIGNATURA

U. Didáctica -1: Espacios topológicos y aplicaciones continuas.

-Espacios topológicos.

-Bases.



-Entornos en un espacio topológico

-Subconjuntos en un espacio topológico

-Sucesiones. Límites de sucesiones

-Aplicaciones continuas. Homeomorfismos

U. Didáctica -2: Construcción de espacios Topológicos.

-Topología relativa. Subespacio topológico

-Topología producto. Producto topológico de espacios.

-Topología final para una y varias aplicaciones.

-Topología cociente.



U. Didáctica -3: Espacios conexos y espacios compactos

-Espacios compactos.

-Subconjuntos compactos de un espacio topológico

-Espacios métricos compactos.

-Espacios conexos.

6.EQUIPO DOCENTE

- [EMILIO BUJALANCE GARCIA](#)

7.METODOLOGÍA

U. Didáctica-1

Requisitos

El estudiante debería conocer y manejar previamente el sistema de los números reales, así como algunas nociones básicas de Teoría de Conjuntos. Dentro de este campo, debe además, comprender y manejar conceptos relacionados con teoría de cardinales, y, en particular, con cardinales numerables, finitos e infinitos no numerables, especialmente el cardinal del conjunto \mathbb{R} de los números reales. También, sería deseable que tuviera una madurez matemática suficiente como para ser capaz de representar en la recta real, en el plano Euclídeo, y en el espacio Euclídeo tridimensional, subconjuntos definidos por un número finito pequeño de ecuaciones y/o inecuaciones.

Guía de Estudio

La unidad didáctica 1 tiene un carácter introductorio. En ella se presentan los conceptos básicos para el estudio de los espacios topológicos.



1ª Semana

Estudiar los temas I y II de la unidad didáctica 1 del texto base: En ellos se establecen las definiciones de bases de entornos abiertos, conjuntos abiertos. Topología en un conjunto, Espacio topológico. Conjuntos cerrados en una topología. Base de una topología. Segundo axioma de numerabilidad. Topología engendrada por una familia cualquiera de subconjuntos.

Se recomienda entender bien todos los ejemplos que aparecen en el texto. Es muy importante intentar resolver los nueve ejercicios de autocomprobación que aparecen en el texto.

2ª Semana

Estudiar los temas III y IV de la unidad didáctica 1 del texto base. En ellos se establecen los entornos de un punto en un espacio topológico, las bases de entornos y el I axioma de numerabilidad. La clasificación de los puntos en un espacio topológico, así como el interior de un conjunto, la adherencia o cierre de un conjunto, puntos de acumulación y subconjunto denso. Prestar especial atención a entender bien las definiciones de estos conceptos, así como memorizarlas, ya que constituyen la base para el estudio de la topología.

Por último, intentar resolver los ocho ejercicios de autocomprobación que aparecen en el texto.

3ª Semana

Estudiar los temas V y VI de la unidad didáctica 1 del texto base. En ellos se establecen los conceptos de sucesión y límite de sucesiones de una forma abstracta, conceptos que ya se han dado en las asignaturas de Análisis Matemático. También se establece el concepto de espacio Topológico de Hausdorff, que tiene una gran importancia en la topología, así como el concepto de punto de aglomeración. Por último se estudia de forma abstracta el concepto de función continua y homeomorfismo que también habéis dado en asignaturas previas. El concepto de homeomorfismo es el que permitirá conocer cuando dos espacios topológicos son iguales.

Prestar especial atención en entender bien las definiciones de estos conceptos, así como memorizarlas, ya que también son muy importantes el estudio de la topología.

Por último, intentar resolver los diez ejercicios de autocomprobación que aparecen en el texto.

4ª Semana

Repasar los contenidos de las tres semanas anteriores haciendo ejercicios de los libros de problemas de la bibliografía complementaria.



Requisitos

El único requisito para seguir esta Unidad Didáctica es conocer el contenido de la Unidad didáctica 1.

Guía de Estudio

En la unidad didáctica 2 se estudia la construcción de espacios topológicos a partir de otros espacios topológicos.

5ª Semana

Estudiar los temas I y II de la unidad didáctica 2 del texto base. En ellos, se estudia la topología inducida por una o varias aplicaciones, que permitirá estudiar después la topología relativa y los subespacios topológicos.

Por último, intentar resolver los diez ejercicios de auto comprobación que aparecen en el texto.

6ª Semana

Estudiar el tema III de la unidad didáctica 2 del texto base. En él, se estudia la topología producto como topología inducida en el producto cartesiano por las proyecciones coordenadas para posteriormente estudiar la topología producto de un número finito de n espacios. Finalmente, se estudian los conceptos introducidos en la unidad didáctica uno, en el caso de la topología producto

Por último, intentar resolver los cuatro ejercicios de auto comprobación que aparecen en el texto.

7ª Semana

Estudiar los temas IV y V de la unidad didáctica 2 del texto base. En ellos, se estudia la topología final por una o varias aplicaciones, que permitirá posteriormente estudiar la topología cociente asociada a una relación de equivalencia. Finalmente se estudian algunas propiedades relativas a la topología cociente.

Por último, intentar resolver los siete ejercicios de auto comprobación que aparecen en el texto.

8ª Semana

Repasar los contenidos de las tres semanas anteriores haciendo ejercicios de los libros de problemas de la bibliografía complementaria.

U. Didáctica-3

Requisitos

El único requisito para seguir esta Unidad Didáctica es conocer los contenidos de las Unidades 1 y 2.

Guía de Estudio

Esta unidad se dedica a estudiar los dos tipos de espacios más habituales en topología como son los espacios compactos y conexos.

9ª Semana



Estudiar los temas I y II de la unidad didáctica 3 del texto base. En ellos, se estudiarán los espacios compactos y se caracterizarán a través de la bases de un filtro, para después estudiar sus propiedades. Posteriormente, se estudian propiedades generales los subconjuntos de los espacios compactos y se caracterizan los subconjuntos compactos de R y R_n .

Por último, intentar resolver los diez ejercicios de auto comprobación que aparecen en el texto.

10ª Semana

Estudiar el tema III de la unidad didáctica 3 del texto base. En este tema después de estudiar las propiedades de las sucesiones infinitas que tienen algún punto de acumulación en los espacios métricos y de definir el número de Lebesgue de un recubrimiento abierto, se caracteriza la compacidad de los espacios métricos, y se estudian algunas propiedades topológicas de los espacios métricos compactos.

Por último, intentar resolver los cinco ejercicios de auto comprobación que aparecen en el texto.

11ª Semana

Estudiar el tema V de la unidad didáctica 3 del texto base. En él, se estudian los espacios topológicos conexos, de manera similar a como se ha estudiado anteriormente la espacios compactos. Después se estudian los subconjuntos conexos, así como las componentes conexas de un espacio topológico, para finalmente estudiar los espacios totalmente desconexos.

Por último, intentar resolver los cuatro ejercicios de auto comprobación que aparecen en el texto.

12ª Semana

Repasar los contenidos de las tres semanas anteriores haciendo ejercicios de los libros de problemas de la bibliografía complementaria.

8. BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

ISBN(13): 9788436216745
Título: TOPOLOGÍA (1ª)
Autor/es: Arregui Fernández, Joaquín ;
Editorial: UNED

Buscarlo en librería virtual UNED

Buscarlo en bibliotecas UNED

Buscarlo en la Biblioteca de Educación

Buscarlo en Catálogo del Patrimonio Bibliográfico

Comentarios y anexos:

Este libro ha sido escrito especialmente para los alumnos de la Universidad Nacional de Educación a Distancia. Por eso la exposición es muy detallada.

Su objetivo es ofrecer al lector una primera toma de contacto con la Topología general, que le familiarice con las



nociones y los problemas básicos y le facilite el estudio de otras asignaturas en las que resultan fundamentales los espacios topológicos.

En el libro aparecen completamente resueltos muchos ejercicios y 60 problemas sobre la parte del libro que damos en el programa.

9. BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

ISBN(13): 9788420501925
Título: PROBLEMAS DE TOPOLOGÍA GENERAL
Autor/es: Margalef, J ; Fleitas, G ;
Editorial: Alhambra

Buscarlo en librería virtual UNED

Buscarlo en bibliotecas UNED

Buscarlo en la Biblioteca de Educación

Buscarlo en Catálogo del Patrimonio Bibliográfico

ISBN(13): 9788436223989
Título: PROBLEMAS DE TOPOLOGÍA (2ª)
Autor/es: Tarrés Freixenet, Juan ; Bujalance García, Emilio ;
Editorial: UNED

Buscarlo en librería virtual UNED

Buscarlo en bibliotecas UNED

Buscarlo en la Biblioteca de Educación

Buscarlo en Catálogo del Patrimonio Bibliográfico

Comentarios y anexos:

Los libros de problemas reseñados pueden servir de material complementario a los problemas resueltos que aparecen en el libro de teoría, conviene empezar a trabajar con el libro de Margalef, y Fleitas, ya que los problemas son más sencillos, para seguir después con los problemas del libro de Bujalance y Tarres.

10. RECURSOS DE APOYO AL ESTUDIO

El principal recurso de apoyo es el curso virtual de esta asignatura.

-CuLos alumnos tendrán a su disposición, en la virtualización, diverso material en pdf, así como una serie de direcciones Web que le servirán de apoyo a la asignatura.

11. TUTORIZACIÓN Y SEGUIMIENTO



El alumno que desee una tutoría presencial y/o telefónica podrá realizarla los martes, de 9:45 a 13:45 h. Despacho 120 de la Facultad de Ciencias. Tel.: 91 398 72 22.

España

12.EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES

La evaluación de los aprendizajes se llevará a cabo mediante un trabajo que se fijara en las primeras semanas del curso.

13.COLABORADORES DOCENTES

Véase equipo docente.

14.Recomendaciones

Se recomienda leer bien los enunciados de las cuestiones y de los ejercicios relacionados con la asignatura antes de intentar seriamente resolverlos. Se recomienda pensar estas cuestiones y ejercicios y, si no se pueden resolver a la primera, pensarlos en varias ocasiones tratando de desarrollar diferentes métodos de resolución hasta dar con el método correcto y con la solución correcta. Estas recomendaciones podrían servir en general para todas las materias y asignaturas de Matemáticas.

