

# SISTEMAS DINÁMICOS

Curso 2014/2015

(Código: 61044098)

## 1. PRESENTACIÓN DE LA ASIGNATURA

Esta asignatura tiene carácter de optativa ex profeso en 4º curso del Grado en Física y se puede elegir, también, como optativa en el 4º curso del Grado en Matemáticas. Se supone que los estudiantes han adquirido, en los cursos anteriores, conocimientos suficientes de Mecánica y de los aspectos básicos de la Mecánica Analítica. Los objetivos principales son introducir el concepto de estabilidad de las soluciones de los sistemas dinámicos, introducir la teoría de bifurcaciones y la teoría cualitativa de sistemas no lineales y hacer una primera introducción al comportamiento caótico de sistemas deterministas.

## 2. CONTEXTUALIZACIÓN EN EL PLAN DE ESTUDIOS

En la estructura del Grado en Física, esta asignatura se encuadra dentro de la materia denominada Mecánica, que se compone de tres asignaturas obligatorias:

- Mecánica (6 ECTS), obligatoria, 2º curso, 1er semestre.
- Vibraciones y ondas (6 ECTS), obligatoria, 2º curso, 2º semestre.
- Mecánica Teórica (6 ECTS), obligatoria, 4º curso, 1er semestre.

La asignatura se imparte en el segundo semestre del 4º año del Grado y tiene carácter de optativa. Dentro de esta materia general, el objetivo de la asignatura de Sistemas Dinámicos consiste en el estudio de las soluciones a las ecuaciones de evolución, discutiendo cuando son estables o inestables, cuando los sistemas pueden pasar de una solución a otra (bifurcaciones) y qué se puede averiguar, respecto al comportamiento dinámico del sistema, a partir del estudio cualitativo de su espacio de fase. Un segundo objetivo es la presentación del papel crucial que juegan los términos no lineales en el comportamiento de los sistemas dinámicos. Finalmente, también se presenta una introducción al comportamiento caótico de los sistemas deterministas.

## 3. REQUISITOS PREVIOS REQUERIDOS PARA CURSAR LA ASIGNATURA

- Conocimientos de Física: fundamentos de Física clásica y cuántica, Mecánica, Mecánica Analítica.
- Conocimientos de Matemáticas: álgebra, cálculo diferencial e integral, sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias, desarrollos asintóticos.

## 4. RESULTADOS DE APRENDIZAJE

Los principales resultados de aprendizaje que se espera alcanzar son:

- Comprender los conceptos relacionados con la estabilidad de las soluciones.
- Entender las diferencias y características de los puntos críticos.
- Poder realizar el análisis cualitativo del espacio de fases de diversos sistemas dinámicos lineales y no lineales.
- Saber analizar las posibles bifurcaciones y sus formas normales en diversos sistemas dinámicos.
- Comprender la diferencia entre bifurcaciones locales y globales.
- Entender las diferencias conceptuales entre sistemas dinámicos de diferente dimensionalidad.



## 5. CONTENIDOS DE LA ASIGNATURA

Tema I.- Sistemas continuos unidimensionales

1.- Introducción y visión geométrica. 2.- Puntos fijos y estabilidad. 3.- Análisis de estabilidad lineal. 4.- Existencia y unicidad.

Tema II.- Bifurcaciones en sistemas unidimensionales

1.- Bifurcación Saddle-Node. 2.- Bifurcación transcítica. 3.- Bifurcación en horquilla (pitchfork).

Tema III.- Sistemas lineales bidimensionales

1.- Definiciones y ejemplos. 2.- Clasificación de los sistemas lineales. 3.- Plano de fase. 4.- Existencia y unicidad. 5.- Puntos fijos y linearización. 6.- Sistemas conservativos. 7. Sistemas reversibles.

Tema IV.- Ciclos límite

1.- Introducción. 2.- Teorema de Poincaré-Bendixon. 3.- Sistemas de Liénard. 4.- Oscilaciones de relajación. 5.- Osciladores débilmente no-lineales.

Tema V.- Teoría general de bifurcaciones

1.- Bifurcaciones saddle-node, transcítica y en horquilla. 2.- Bifurcaciones de Hopf. 3.- Bifurcaciones globales. 4.- Aplicaciones de Poincaré.

Tema VI.- Ecuaciones de Lorenz

1.- Propiedades simples de las ecuaciones de Lorenz. 2.- Atractores extraños y caos. 3.- La aplicación de Lorenz. 4.- El espacio de parámetros.

Tema VII.- Aplicaciones discretas unidimensionales

1.- Puntos fijos. 2.- La aplicación logística. 3.- Ventanas periódicas. 4.- Exponentes de Lyapunov. 5.- Universalidad y renormalización.

## 6. EQUIPO DOCENTE

- [MIGUEL ANGEL RUBIO ALVAREZ](#)
- [JOSE ESPAÑOL GARRIGOS](#)
- [JAI ME ARTURO DE LA TORRE RODRIGUEZ](#)

## 7. METODOLOGÍA Y ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

La asignatura se imparte a través del correspondiente curso virtual. En dicho curso virtual habrá Foros de debate específicos por temas. La intención de esos foros es que se genere debate entre los estudiantes respecto a conceptos o aplicaciones de los mismos que no estén bien entendidos, planteando dudas o cuestiones que surjan en el estudio de la asignatura. De esta forma, tanto las dudas como las respuestas que reciba podrán ser también útiles para el resto de los estudiantes.

La participación activa en el debate de esas dudas o cuestiones será siempre bien considerada por parte del Equipo Docente y solamente podrá tener consecuencias positivas en la calificación de los estudiantes; los posibles errores, de concepto o de desarrollo, nunca serán contados negativamente para el estudiante.

Se pretende que en esos foros se inicien los debates planteando dudas o preguntas libremente, pero siempre planteándolas con la respuesta que se haya meditado al respecto, aunque sea equivocada, indicando por qué se tienen dudas sobre la misma. El Equipo Docente moderará la discusión, comentará las aportaciones más relevantes, cuando sea preciso y dará la solución correcta si el debate entre los estudiantes no converge hacia dicha solución en un tiempo prudencial.

Además, a través de las herramientas de comunicación del Curso Virtual los alumnos pueden plantear sus dudas al Equipo Docente o a su Profesor Tutor.



El curso consta de seis ECTS, equivalentes a 150 horas de trabajo del estudiante. Para la realización de todas las actividades que constituyen el estudio de la asignatura, el estudiante deberá organizar y distribuir su tiempo de forma personal y autónoma, adecuada a sus necesidades. En la Guía de Estudio (2ªParte) se proporcionará una sugerencia de Plan de Trabajo para orientación de los estudiantes.

## 8.EVALUACIÓN

La calificación final se obtendrá a partir de los siguientes elementos:

- Examen presencial final obligatorio escrito, de dos horas de duración, que consistirá, fundamentalmente, en la realización de problemas, que serán similares a los que se incluyen al final de cada capítulo en el libro de texto básico. Se permitirá el uso de libros y material auxiliar durante la realización del examen. Este examen se realizará según el sistema general de Pruebas Presenciales de la UNED. Representará entre el 80% y el 100% de la calificación final, dependiendo de si se realizan o no las pruebas de evaluación continua (prueba objetiva on line y realización de trabajos).
- Evaluación continua: prueba objetiva on line, accesible a través de la plataforma virtual de la UNED. Consistente en cuestiones cortas teórico-prácticas de respuesta múltiple y sobre la materia correspondiente a la parte del temario que se haya impartido en el momento en el que se celebre la prueba, según la programación de la asignatura. La contribución máxima de esta prueba a la calificación final de la asignatura es de 1 punto (10 % de la calificación final). Será necesario obtener una calificación de 5 puntos, como mínimo, en esta prueba objetiva para que contribuya a la calificación final de la asignatura. Esta prueba no es obligatoria, y para los estudiantes que no la realicen su porcentaje de la nota final se sumará al adjudicado al examen presencial final.
- Evaluación continua: realización de trabajos. Los trabajos serán propuestos por los propios estudiantes y podrán ser de tipo teórico (ampliación de conceptos o temas tratados en el curso) o prácticos (realización de problemas). La contribución máxima de estos trabajos a la calificación final de la asignatura es de 1 punto (10 % de la calificación final). Estos trabajos no son obligatorios y para los alumnos que no los realicen su porcentaje de la nota final se sumará al adjudicado al examen presencial final.

## 9.BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

Comentarios y anexos:

STROGATZ, STEVEN H.: *Nonlinear Dynamics and Chaos: With Applications to Physics, Biology, Chemistry, and Engineering*. Editorial Addison-Wesley, 2001 (2a reimpresión, con correcciones).

Este libro cubre perfectamente los contenidos de la asignatura con gran profusión de ejemplos desarrollados y problemas propuestos. En este libro se puede encontrar una presentación cuidadosa de los conceptos matemáticos, así como de sus aplicaciones a la modelización de sistemas dinámicos en otros campos de la ciencia.

Nota importante: Con posterioridad a la publicación de la Guía del Curso, la editorial que publica el texto básico ha iniciado la distribución de una segunda edición de dicho texto. Esta segunda edición incluye, en opinión del Equipo docente, pocas novedades respecto al material incluido en la primera y ninguna de dichas novedades es realmente relevante, de manera que la asignatura se puede seguir perfectamente tanto por la edición nueva como por la antigua. Por lo tanto, los estudiantes que hubiesen ya adquirido la primera no tienen necesidad de hacerse con un ejemplar de la segunda edición.

## 10.BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

Comentarios y anexos:



Esta asignatura puede también seguirse mediante cualquier libro de Sistemas dinámicos o Dinámica de sistemas no lineales que contemple los diversos apartados del programa que se detallan en el apartado correspondiente. A este respecto, damos una relación de libros que pueden ser de utilidad:

- BERGÉ, P.; POMEAU, Y. y VIDAL, C.: Order within Chaos: Towards a deterministic Approach to Turbulence. Editorial Hermann, París, 1984.  
Este es uno de los primeros libros de texto publicados sobre dinámica no lineal y caos determinista y sus autores son investigadores que contribuyeron de forma importante al crecimiento de este campo tanto desde la vertiente teórica como experimental. Aunque está más orientado hacia los sistemas disipativos espacialmente extensos, cubre razonablemente el programa y hace una presentación atractiva de los temas, con un fuerte énfasis en la parte más física de la disciplina. Quizá son escasos los ejemplos desarrollados y no entra en demasiada profundidad matemática.
- NICOLIS, G.: Introduction to Nonlinear Science. Editorial Cambridge University Press, New York, 1995.  
Excelente texto introductorio, aunque más dirigido hacia aspectos generales de la ciencia no lineal, con énfasis en los sistemas disipativos espacialmente extensos, que hacia los sistemas dinámicos.
- GUCKENHEIMER, J. y HOLMES, P.: Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcations of Vector Fields. Editorial Springer-Verlag, New York, 1983.  
Probablemente el texto más completo para iniciarse en la teoría de sistemas dinámicos desde un punto de vista matemático riguroso. Es referencia obligada en el campo a todos los niveles. Muy recomendable para quienes pretendan seguir con el estudio de los sistemas dinámicos en etapas de estudio de mayor nivel.
- JORDAN, D. W. y SMITH, P.: Nonlinear Ordinary Differential Equations (2ª edición), Editorial Clarendon Press, Oxford, 1995.  
Siendo un texto sobre ecuaciones diferenciales ordinarias, contiene varios apartados sobre métodos matemáticos de interés en el campo de los sistemas dinámicos (construcción de soluciones por métodos de "promediado" o de perturbaciones, etc.) y un capítulo sobre dinámica cualitativa de sistemas no lineales y caos determinista.
- DRAZIN, P. G.: Nonlinear Systems; Cambridge University Press, New York, 1994.  
Un excelente texto que cubre bien el programa con un nivel de rigor matemático quizá ligeramente superior al recomendado como bibliografía básica. También contiene un buen número de ejemplos desarrollados y listas de problemas.

## 11. RECURSOS DE APOYO

Los estudiantes dispondrán de diversos medios de apoyo al estudio, entre los que se pueden destacar:

- Curso virtual. Los alumnos tienen la posibilidad de entrar en cualquier momento en el Curso Virtual. Se recomienda encarecidamente la consulta del Curso Virtual, pues en él se podrá encontrar información actualizada sobre aspectos relacionados con la organización académica y posibles actividades del curso. Asimismo, en el Curso Virtual podrá establecer contacto con sus compañeros, con el Equipo Docente de la Sede Central y con el Profesor Tutor que tenga asignado.
- La bibliotecas de los Centros Asociados, donde el estudiante puede consultar la bibliografía básica recomendada y, al menos, una parte de la bibliografía complementaria.

## 12. TUTORIZACIÓN

Nota previa:

La asignatura se imparte virtualizada, de modo que los estudiantes tienen la posibilidad de entrar en cualquier momento en el Curso Virtual y plantear sus consultas al Equipo Docente, en los foros y a través de las herramientas de comunicación del curso virtual.

Horario de atención al alumno:

El estudiante puede contactar en todo momento a través del curso virtual o por correo electrónico con el equipo docente.

Horarios de tutoría y datos de contacto



Para cualquier consulta personal o telefónica los profesores del equipo docente estarán disponibles en los días y horas que se indican a continuación, excepto en vacaciones académicas. En caso de que el día correspondiente sea festivo, la tutoría se desplazará al siguiente día lectivo.

- Dr. D. Miguel Ángel Rubio Álvarez: Despacho 2.12. Facultad de Ciencias de la UNED.  
Tel.: 91 398 71 29. mar@fisfun.uned.es  
Miércoles de 11:00 a 13:00 horas y de 16:00 a 18:00 horas.
- Dr. D. Javier de la Rubia Sánchez: Despacho 2.04. Facultad de Ciencias de la UNED.  
Tel.: 91 398 71 28. jrubia@fisfun.uned.es  
Miércoles de 12:00 a 14:00 horas y de 16:00 a 18:00 horas.
- Dra. D<sup>a</sup> Emilia Crespo del Arco: Despacho 2.11. Facultad de Ciencias de la UNED.  
Tel.: 91 398 71 23. emi@fisfun.uned.es  
Miércoles de 11:00 a 13:00 horas y de 16:00 a 18:00 horas.

Departamento de Física Fundamental, Facultad de Ciencias.

C/ Senda del Rey nº 9, Ciudad Universitaria, 28040 Madrid

(La Facultad de Ciencias de la UNED está situada en la zona conocida como Puente de los Franceses).

