

ASIGNATURA DE GRADO:

UNED

# MÉTODOS MATEMÁTICOS

## II

Curso 2016/2017

(Código: 61042024)

### 1. PRESENTACIÓN DE LA ASIGNATURA

Datos de la asignatura:

Nombre: Métodos Matemáticos II

Código: 61042024 Tipo: Obligatoria

Curso: Segundo Semestre: Primero

El objetivo de esta asignatura es profundizar en la formación matemática que el alumno que estudia el Grado en Física debe poseer. Es importante no sólo por sus propios contenidos sino también porque está en la base matemática de algunas de las asignaturas que deberá cursar. Sus contenidos se usarán como herramienta y fundamentación matemática básica de algunas de las disciplinas de la física.

El curso está estructurado en tres partes:

Parte A: Introducción a las ecuaciones diferenciales no lineales: sistemas autónomos de orden dos.

Parte B: Integración en variable compleja y teoría de residuos.

Parte C: Espacios de Hilbert y operadores.

### 2. CONTEXTUALIZACIÓN EN EL PLAN DE ESTUDIOS

Esta asignatura forma parte del Grado en Física de 6 créditos ECTS, es de carácter obligatorio, y aborda la capacitación del alumno en una parte relevante de sus conocimientos matemáticos.

Está incluida en el grupo de asignaturas de Métodos Matemáticos de la Física, y es una asignatura de nivel alto.

Está estrechamente relacionada tanto con las asignaturas de Fundamentos de Matemáticas (Análisis Matemático I y II y Álgebra) y con el resto de asignaturas de Métodos Matemáticos de la Física. Además, otras asignaturas del grado usan estos contenidos como herramienta y fundamentación. La teoría de variable compleja tiene aplicaciones no sólo como herramienta de cálculo, sino también en electromagnetismo, óptica, mecánica de fluidos y otros campos de la física. La fundamentación matemática de la formulación abstracta de la mecánica cuántica y la teoría de campos cuántica usa los contenidos de análisis funcional y espacios de Hilbert. Y las ecuaciones diferenciales no lineales aparecen en la formulación de muchos problemas de la física, en mecánica clásica, en óptica, en sistemas dinámicos, en física estadística, etc.

### 3. REQUISITOS PREVIOS REQUERIDOS PARA CURSAR LA ASIGNATURA

Es indispensable haber superado previamente las asignaturas de Álgebra, Análisis Matemático I y II y Métodos Matemáticos I. Se recomienda especialmente el repaso previo de los siguientes conceptos ya estudiados previamente y que juegan un papel muy importante en esta asignatura:

Ámbito: GUI - La autenticidad, validez e integridad de este documento puede ser verificada mediante el "Código Seguro de Verificación (CSV)" en la dirección <https://sede.uned.es/valida/>



0867648BC8D6DAD990EE20BABA8E9E4CC6

- Sistemas lineales de ecuaciones diferenciales.
- Sucesiones y series de números reales.
- Números complejos y funciones holomorfas.
- Integración de funciones de una variable real y parametrización de curvas.
- Topología de la recta real y del plano. Abiertos, cerrados, compactos, sucesiones, sucesiones de Cauchy, convergencia...
- Espacios vectoriales, independencia lineal, bases...
- Diagonalización de aplicaciones lineales, diagonalización, autovalores y autovectores.
- Producto escalar, sistemas ortogonales.

Es también aconsejable tener ciertos conocimientos de inglés para seguir una pequeña parte de la asignatura por la bibliografía básica recomendada, si bien es posible preparar la asignatura por cualquier otro libro en español que cubra esos mismos contenidos.

#### 4.RESULTADOS DE APRENDIZAJE

Parte A: Introducción a las ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales: sistemas autónomos de orden 2.

El alumno habrá comprendido la terminología usada en la descripción cualitativa de los sistemas dinámicos de orden dos; en concreto, qué es un sistema autónomo, qué es el plano de las fases correspondiente, qué se entiende por trayectoria y puntos críticos del sistema y cómo se clasifican, etc.

El alumno habrá entendido cómo llevar a cabo, en primer término, el tratamiento cualitativo de los sistemas lineales autónomos de orden dos y cómo hacer el estudio de su mapa fásico, cómo obtener sus puntos críticos y cómo clasificarlos, cómo obtener sus trayectorias, cómo determinar su estabilidad, etc. y su importancia como punto de referencia en el estudio cualitativo de los sistemas autónomos no lineales de orden dos.

El alumno habrá entendido cómo llevar a cabo el tratamiento cualitativo de estos últimos, sabrá cómo se hace el estudio de su mapa fásico, cómo se clasifican sus puntos críticos aislados, sus trayectorias, qué son sus ciclos límite y cuándo el sistema tiene soluciones periódicas. Qué es un sistema conservativo y en qué consiste el método de Lyapunov para el estudio de la estabilidad del sistema, etc.

Parte B: Integración en variable compleja y teoría de residuos.

Tras la introducción en el primer curso de las funciones holomorfas y las transformaciones más elementales, en este curso se profundiza en la estructura analítica de estas funciones y las consecuencias que esta tiene.

En primer lugar el estudiante aprenderá el uso de las integrales de camino en el caso complejo, y las consecuencias que el Teorema Fundamental del Cálculo tiene.



También estudiará el papel del desarrollo en serie de las funciones holomorfas, los dominios de convergencia de esas series, y la relación de las series de Taylor y de Laurent con la analiticidad y las singularidades que una función compleja puede presentar en un punto.

Por último lugar se estudiará la teoría de residuos, y sus aplicaciones en el cálculo de integrales de variable real.

Parte C: Espacios de Hilbert y operadores.

El análisis funcional es una herramienta importante en la investigación de multitud de problemas que aparecen tanto en la matemática pura y aplicada como en distintas ramas de la física y la ingeniería e incluso en la biología y en la economía.

El objetivo principal es un estudio introductorio de las propiedades fundamentales de determinados espacios abstractos, generalmente de dimensión infinita, y de las propiedades básicas de los operadores que actúan entre ellos.

Esta parte del curso comienza con un repaso de algunos de los conceptos de la asignatura de Álgebra, ampliándolos al caso de espacios vectoriales infinitodimensionales. A continuación, el alumno debe aprender el concepto de métrica y espacio métrico y conocer las propiedades básicas de la topología asociada al sistema de bolas abiertas definidas por la norma. También debe conocer el concepto de sucesión, y en especial el concepto de sucesión de Cauchy en un espacio métrico, y el de aplicación lineal entre espacios métricos. Finalmente aprenderá el concepto de continuidad y el de límite de una sucesión y el de espacio métrico completo

En segundo lugar, el alumno aprenderá el concepto de norma y espacio normado y cómo introducir en él una métrica mediante la norma de manera que el espacio normado es también un espacio métrico con todas sus propiedades y saber que cuando es completo en la métrica introducida por la norma se llama espacio de Banach. El alumno aprenderá que los operadores y funcionales continuos en un espacio normado constituyen a su vez un espacio normado con la norma definida para ellos y que en caso de los funcionales lineales continuos este espacio es de Banach y se llama espacio dual del espacio normado inicial.

En tercer lugar, el alumno aprenderá el concepto de producto escalar y de espacio lineal con producto escalar o espacio pre-Hilbert. Aprenderá también que el producto escalar es capaz de generar una norma que lo dota de la estructura de espacio normado con todas sus propiedades. Cuando en la métrica inducida por esta norma el espacio es completo se denomina de Hilbert. Otro concepto importante generado por el producto escalar es el de ortogonalidad que nos proporciona herramientas muy importantes para el estudio de los espacios de Hilbert, conjuntos ortogonales, bases ortonormales, etc.

En este contexto el alumno aprenderá dos herramientas fundamentales en las matemáticas y la física: las series trigonométricas de Fourier y los polinomios ortogonales.

El alumno también aprenderá a conocer las propiedades básicas de determinados operadores y funcionales lineales que actúan entre los espacios pre-Hilbert y de Hilbert y aprenderá qué es un operador continuo y operador acotado, un operador compacto y que en estos espacios operador continuo y acotado son conceptos equivalentes. Aprenderá el concepto y las propiedades más importantes del operador adjunto a uno dado y el de operador hermitico, unitario y operador normal, y aprenderá que el dual de un espacio de Hilbert coincide con él mismo entre otras cosas.

Por último, estudiará la estructura básica de la teoría espectral de algunos de los tipos de operadores arriba indicados, principalmente de tipo compacto y del tipo acotados. El alumno aprenderá qué es la resolvente de un operador y qué es su espectro y sus diferentes tipos: espectro puntual, espectro continuo y residual y cómo se caracteriza cada uno de ellos. Se estudiarán además los resultados de descomposición espectral de operadores autoadjuntos acotados.

## 5.CONTENIDOS DE LA ASIGNATURA



El programa de la asignatura consta de tres bloques; a saber:

Parte A. Introducción a las ecuaciones diferenciales no lineales: sistemas autónomos de orden dos.

Parte B. Integración en variable compleja y teoría de residuos.

Parte C. Espacios de Hilbert y operadores.

La distribución en temas es la siguiente:

PARTE A: INTRODUCCIÓN A LAS ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS NO LINEALES: SISTEMAS AUTÓNOMOS DE ORDEN DOS.

- 1.- Las ecuaciones diferenciales no lineales: un primer contacto.
- 2.- Estabilidad lineal de puntos críticos.
- 3.- Una simple teoría cualitativa de bifurcaciones locales de codimensión 1.

PARTE B: INTEGRACIÓN EN VARIABLE COMPLEJA Y TEORÍA DE RESIDUOS.

- 4.- La integración en el plano complejo.
- 5.- Sucesiones y series.
- 6.- Teoría de residuos. Aplicaciones.

PARTE C: ESPACIOS DE HILBERT Y OPERADORES.

- 7.- Espacios vectoriales.
- 8.- Espacios métricos.
- 9.- Espacios normados.
- 10.- Espacios de Hilbert.
- 11.- Operadores en espacios normados.
- 12.- Introducción a la teoría espectral.

## 6.EQUIPO DOCENTE

- [CARLOS FERNANDEZ GONZALEZ](#)
- [VICTOR ALBERTO FAIREN LE LAY](#)

## 7.METODOLOGÍA Y ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

La metodología de la asignatura está basada en la enseñanza a distancia, donde tiene gran importancia el trabajo autónomo,



con el apoyo docente a través del correo, correo electrónico, medios virtuales, foro de debate, telemáticos, teléfono y reuniones presenciales.

Para el trabajo autónomo y la preparación de la asignatura los estudiantes disponen de una bibliografía básica acorde con el programa de la materia, así como de materiales de apoyo y la tutoría telemática proporcionada por los profesores de apoyo, y las tutorías presenciales disponibles.

Se considera que el trabajo autónomo (excluyendo lectura de material y realización de trabajos) corresponde al menos al 50 % del total de los créditos de la asignatura. El tiempo dedicado a la lectura del material docente estaría en torno al 20 % del tiempo dedicado por el alumno a la asignatura, y otro 30 % dedicado a la resolución de problemas y elaboración de trabajos.

Los estudiantes matriculados en esta asignatura dispondrán de:

- Una guía con los temas del programa, en la que para cada uno de ellos se hace una introducción, se da un esquema con los objetivos de aprendizaje y se da una bibliografía básica y complementaria para su estudio
- Ejercicios prácticos.

Todos estos materiales de apoyo se encontrarán accesibles en la web de la UNED, en el espacio virtual de esta asignatura en la plataforma aLF.

## 8.EVALUACIÓN

Se realizará un examen final y dos o tres pruebas de evaluación continua, contribuyendo todo a la nota final.

El examen presencial final escrito será de dos horas de duración, en el que se deberán contestar cuestiones teóricas y o resolver problemas concretos aplicando los conocimientos teóricos adquiridos. Este examen es obligatorio y se celebrará en todos los Centros Asociados, de manera coordinada, al final del semestre correspondiente.

La evaluación continua consistirá en cuestionarios o entregas de problemas escritos que se ofertarán en el curso virtual. Estas pruebas no serán obligatorias, y para los alumnos que no los realicen su peso en la nota final será nula. Para los estudiantes que las realicen su peso en la calificación final será de hasta el 20% del total de la asignatura, siempre y cuando esto suponga una mejora de la calificación final.

Dado que la asignatura consta de tres bloques diferenciados, será necesario adquirir el grado de suficiencia necesario para aprobar en cada bloque de la asignatura. La calificación en cada bloque vendrá dada por:

$$Cf = \max\{Ce, 0.8Ce + 0.2Ec\},$$

donde Cf denota la calificación final (correspondiente al bloque), Ce la calificación del examen (prueba presencial, correspondiente al bloque) y Ec la calificación correspondiente a la evaluación continua (correspondiente al bloque).

La calificación final se obtendrá como 25% Parte A + 25 % Parte B + 50 % Parte C, con la condición de haber aprobado cada parte independientemente.

## 9.BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

ISBN(13): 9788436269802

Título: INTRODUCCIÓN A LOS ESPACIOS DE HILBERT, OPERADORES Y ESPECTROS (1º)

Autor/es: Carlos Fernández González ;

Editorial: UNED

Buscarlo en Editorial UNED

Buscarlo en librería virtual UNED

Buscarlo en bibliotecas UNED



Buscarlo en la Biblioteca de Educación

ISBN(13): 9788448142124  
Título: VARIABLE COMPLEJA Y APLICACIONES (7?)  
Autor/es: Brown, James Ward ; Churchill, Ruel V. ;  
Editorial: MC GRAW HILL

Buscarlo en Editorial UNED

Buscarlo en librería virtual UNED

Buscarlo en bibliotecas UNED

Buscarlo en la Biblioteca de Educación

### Comentarios y anexos:

Para la parte A del curso, correspondiente al estudio de ecuaciones diferenciales no lineales, se proporcionarán notas en el curso virtual. Se puede completar su estudio con el libro de la bibliografía complementaria 'Ecuaciones Diferenciales', de Ross, Ed. Reverté.

La parte B se puede seguir en el libro 'Variable Compleja y Aplicaciones'. Para la mayor parte de los contenidos se proporcionarán, alternativamente, unas notas en el curso virtual (cedidas por el profesor David Sánchez, de la UIB) que deben ser complementadas con el libro ya mencionado.

La parte C se seguirá fundamentalmente con el libro 'Introducción a los espacios de Hilbert, operadores y espectros', que se puede obtener directamente de la Editorial UNED o de la librería de la UNED en la calle Bravo Murillo (Madrid) (913987560). Además, el libro se proporcionará gratuitamente en el curso virtual. Esta parte se completará con la parte de series de Fourier del libro 'Ecuaciones Diferenciales y Problemas con Valores en la Frontera', de Nagle, Saff y Snider, la parte de transformada de Fourier del libro 'Espacios de Hilbert y Análisis de Fourier: los primeros pasos.', de García y Muñoz. Ed. Sanz y Torres, y la parte de polinomios ortogonales del libro 'Introductory Functional Analysis with Applications', de E. Kreyszig. Estos tres libros aparecen en la bibliografía complementaria de la asignatura.

Quien prefiera seguir la parte C por un libro de texto podrá encontrar todos los contenidos en el libro 'Introductory Functional Analysis with Applications', de Kreyszig, con los añadidos anteriormente citados para series y transformadas de Fourier.

En la segunda parte de la guía de la asignatura, que estará disponible en el curso virtual, se proporcionará de forma más detallada la secuenciación de los contenidos y su correspondencia con la bibliografía.

## 10. BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

ISBN(13): 9780471507314  
Título: INTRODUCTORY FUNCTIONAL ANALYSIS WITH APPLICATIONS  
Autor/es:  
Editorial: JOHN WILEY AND SONS

Buscarlo en librería virtual UNED

Buscarlo en bibliotecas UNED



Buscarlo en la Biblioteca de Educación

Buscarlo en Catálogo del Patrimonio Bibliográfico

ISBN(13): 9788415550204

Título: ESPACIOS DE HILBERT Y ANALISIS DE FOURIER: LOS PRIMEROS PASOS

Autor/es: Muñoz Bouzo, M<sup>a</sup> José ; García García, Antonio ;

Editorial: UNED

Buscarlo en librería virtual UNED

Buscarlo en bibliotecas UNED

Buscarlo en la Biblioteca de Educación

Buscarlo en Catálogo del Patrimonio Bibliográfico

ISBN(13): 9788429151138

Título: ECUACIONES DIFERENCIALES

Autor/es: Ross, Shefley L. ;

Editorial: REVERTÉ

Buscarlo en librería virtual UNED

Buscarlo en bibliotecas UNED

Buscarlo en la Biblioteca de Educación

Buscarlo en Catálogo del Patrimonio Bibliográfico

ISBN(13): 9788436254563

Título: INTRODUCCIÓN AL FORMALISMO DE LA MECÁNICA CUÁNTICA (2<sup>a</sup>)

Autor/es: Alvarellos Bermejo, José Enrique ; García Sanz, José Javier ; García González, Pablo ;

Editorial: UNED

Buscarlo en librería virtual UNED

Buscarlo en bibliotecas UNED

Buscarlo en la Biblioteca de Educación

Buscarlo en Catálogo del Patrimonio Bibliográfico

ISBN(13): 9788477540359

Título: ESPACIOS DE HILBERT : GEOMETRÍA, OPERADORES, ESPECTROS

Autor/es: Galindo Tixaire, Alberto ; Abellanas, Lorenzo. ;

Editorial: EDICIONES DE LA UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID (EUEMA)

Buscarlo en librería virtual UNED

Buscarlo en bibliotecas UNED



Buscarlo en la Biblioteca de Educación

Buscarlo en Catálogo del Patrimonio Bibliográfico

ISBN(13): 9789702605928

Título: ECUACIONES DIFERENCIALES Y PROBLEMAS CON VALORES EN LA FRONTERA (4)

Autor/es: Snider, Arthur David ; Saff, Edward B. ; Nagle, R. Kent ;

Editorial: PEARSON EDUCACIÓN

Buscarlo en librería virtual UNED

Buscarlo en bibliotecas UNED

Buscarlo en la Biblioteca de Educación

Buscarlo en Catálogo del Patrimonio Bibliográfico

### Comentarios y anexos:

El libro "Ecuaciones Diferenciales" de Ross es una magnífica referencia para los contenidos de la primera parte de la asignatura.

El libro "Introductory Functional Analysis with Applications", de E. Kreyszig, contiene casi todo el temario de la parte C de la asignatura. Además, se usará para una pequeña parte del temario: los polinomios ortogonales.

Los libros "Espacios de Hilbert y Análisis de Fourier: los primeros pasos", de García y Muñoz, "Espacios de Hilbert: Geometría, Operadores, Espectros", de Abellanas y Galindo, e "Introducción al Formalismo de la Mecánica Cuántica", de Alvarellos, García y García, constituyen un buen apoyo para la esta parte de la asignatura (Introducción al Análisis Funcional), principalmente para aquellos alumnos que encuentren dificultades en la comprensión del inglés.

Además, se usará el libro "Espacios de Hilbert y Análisis de Fourier: los primeros pasos", de García y Muñoz, para la parte de transformada de Fourier, y el libro "Ecuaciones diferenciales y problemas con valores en la frontera", de Kent y Nagle, para la parte de series de Fourier.

## 11. RECURSOS DE APOYO

A través del curso virtual se pondrá a disposición de los alumnos diverso material de apoyo al estudio. Con ellos el alumno puede desarrollar su capacidad de aplicar los conocimientos adquiridos a la resolución de problemas y cuestiones.

El alumno puede contar con las bibliotecas de la UNED para consultas bibliográficas.

Además, se ofertarán tutorías intercampus con parte de los contenidos de la asignatura.

## 12. TUTORIZACIÓN

La labores de tutorización y seguimiento se harán principalmente a través de las tutorías presenciales en los Centros Asociados, y mediante las herramientas de comunicación del Curso Virtual (correo y foros de debate). Además, los



estudiantes podrán siempre entrar en contacto con los profesores de la asignatura por medio de correo electrónico teléfono o entrevista personal.

Los horarios de las tutorías presenciales los establecerán los distintos Centros Asociados que las impartan. Cada alumno debe ponerse en contacto con su Centro Asociado para saber si se imparten tutorías presenciales o tutorías telemáticas AVIP.

Las guardias del Equipo Docente serán en los siguientes horarios:

Víctor Fairén Le Lay

E-mail: [vfairen@ccia.uned.es](mailto:vfairen@ccia.uned.es)

Horario: Miércoles, de 10:00 a 14:00

Despacho: 224 (Facultad de Ciencias, segunda planta)

Carlos Fernández González

E-mail: [cafernan@ccia.uned.es](mailto:cafernan@ccia.uned.es)

Horario: Martes, de 15:30 a 19:30

Despacho: 215 (Facultad de Ciencias, segunda planta)

Ámbito: GUI - La autenticidad, validez e integridad de este documento puede ser verificada mediante el "Código Seguro de Verificación (CSV)" en la dirección <https://sede.uned.es/valida/>



0867648BC8D6DAD990EE20BABE9E4CC6